

Universidade de São Paulo - ESCOLA POLITÉCNICA

Departamento de Engenharia Mecânica

PROJETO MECÂNICO I e II

PMC 580/581

Trabalho de Formatura:

**“Desenvolvimento de um Aeromodelo
Radiocontrolado
Propelido por Pulso-Jato”**

POR:

Ricardo Villela Marino
2831662

Nº USP

(Engenharia Mecânica - Área de Energia e Fluidos)

Orientador: Prof. Saburo Ikeda

Coordenador: Prof. José R. Simões Moreira

São Paulo

1996

Dedico este trabalho:

*“a todos que dedicaram sua
vida e sua imaginação
a um par de asas”*

Com agradecimentos especiais a:

Luis Carlos Kavalieris

Prof. Saburo Ikeda

Eliane A. Morine

e todos aqueles que compreenderam as longas horas e fim-de-semanas dispendidos para a realização deste nobre propósito, que tanto me motiva desde a tenra infância...

Parte Teórica

I Apresentação e Introdução	1
Uma Breve História no Tempo	1
Cronograma do Projeto : Aeromodelo à Pulso-Jato (Primeiro Semestre)	3
 II Estudos de Pré-Concepção	 4
Especificações Técnicas	4
Características Funcionais Importantes	5
Fluxograma para Desenvolvimento do Projeto de Veículo Aeroespacial	6
O Estudo da Necessidade	7
1. Aeromodelismo como Atividade Lúdica	7
2. Drones	7
Matriz de Decisão	8
- Síntese de Soluções	8
Valor Econômico	9
- Estudo do Mercado	9
 III Introdução Teórica	 11
A. Duas Grandezas Aerodinâmicas Básicas	11
B. Elementos de um Aerofólio	14
C. Elementos de uma Asa	16

IV Principais Grandezas Aerodinâmicas	17
A. Forças e Momentos	17
B. Principais Coeficientes Aerodinâmicos	23
1. Coeficiente de Sustentação (C_l)	23
2. Coeficiente de Arrasto (C_d)	24
3. Coeficiente de Momento (C_m)	24
4. Coeficiente de Pressão (C_p)	25
5. Coeficiente de Atrito (C_f)	25
V Cálculo de Sustentação, Arrasto e Momentos em Aerofólios	28
Cálculo da Sustentação	28
1. Função de Corrente	29
2. Função Velocidade Potencial	30
3. Escoamento Uniforme	32
4. Vórtice Ideal	32
5. Teorema de Kutta-Joukowski	35
6. Teoria da Malha de Vórtices	37
7. Método dos Painéis de Vórtices	39
Cálculo do Arrasto	47
1. Arrasto de Pressão ou De Forma	49
2. Arrasto de Fricção	51
Cálculo do Momento de "PITCH"	56

ÍNDICE GERAL

VI Cálculos de Sustentação, Arrasto e Momento em Asas Finitas	61
Introdução	61
Cálculo da Sustentação em Asas Finitas	64
1. Lei de Biot-Savat Aplicada a Filamentos de Vórtices	64
2. Linha de Sustentação de Prandtl	66
3. Distribuição Elíptica de Sustentação/Circulação	74
4. Distribuição Geral de Sustentação	79
Momentos em uma Asa Finita	87
Arrasto em Asa Finitas	90
 VII Atmosfera Padrão	 94
 Conclusão	 97

Parte II

<u>Canard</u>	<u>98</u>
O Controle dos Canards	100
- Centro de Gravidade (C.G.) nos modelos	
Canards	100
Projeto Básico	103
<u>Seleção do Aerofólio</u>	<u>107</u>
<u>Etapas para Projeto</u>	<u>115</u>
- Coeficientes de Sustentação	117
Cálculos para Execução do Projeto	119
<u>O Aerofólio Escolhido</u>	<u>122</u>
<u>Simulação em Túnel de Vento</u>	<u>130</u>
- Histórico	130
<u>Teste de Asas Tri-Dimensionais</u>	<u>136</u>
<u>Efeitos de Escala na Curva de Sustentação</u>	<u>143</u>
<u>Efeitos de Escala nas Características de Flap</u>	<u>148</u>
<u>Material</u>	<u>149</u>

ÍNDICE GERAL

Conclusão	150
-----------	-----

Anexo	-
-------	---

Bibliografia	-
--------------	---

I APRESENTAÇÃO E INTRODUÇÃO

UMA BREVE HISTÓRIA NO TEMPO

No início de 1871, um francês de nome Penaud, construiu o primeiro aeromodelo movido a elástico de uma série que denominou Planophore. O vôo inaugural foi realizado nos jardins de Tuileries para os membros da Sociedade Francesa de Navegação Aérea. Voou 60 metros de distância a 20 metros de altura em 13 segundos.

Após uma vasta geração de aeromodelo movido a elástico, vieram os movidos a gasolina. No campeonato nacional de 1937 transcorrido em Detroit, inscreveram-se 6 aeromodelistas para competir em rádio controle (R/C). Logo no início da competição, dois participantes espatifaram seus modelos ao levantar vôo. Os outros três, tiveram seus vôos abaixo da expectativa. E no final, o vencedor da primeira competição de rádio controle foi Chester Lanzo, cujo modelo possuía fuselagem fina.

Em 1945 terminou a Segunda Guerra Mundial. Nesta época, os rádio receptores eram todos do tipo escapamento, e os aeromodelistas estavam proibidos de voar modelos R/C desde 1942 por causa da guerra. O aeromodelista para voar tinha que ter uma licença da AMA ("Academy of Model Aeronautic").

Em 1947 os combustíveis dos motores eram feitos com metanol. Adeptos constataram que os motores a gasolina usando metanol rodavam mais, contudo havia um problema: continuavam a funcionar mesmo desligando o fio da vela. Foram então eliminados o platinado, a vela de ignição, a bobina e a caixa de baterias.

O combustível milagroso era uma mistura de 35% de gasolina branca, 25% de óleo de rícino, 20% de nitro-metano, 10% de éter e 10% de terembetina. E também descobriu-se que se o eletrodo das velas fossem bem finos, eles ficariam incandescentes com o calor da combustão, inflamando a mistura comprimida pelo pistão, mesmo se desligando o fio da vela. Foi no campeonato nacional de 1947 que ele demonstrou o funcionamento do primeiro motor

“glow” que revolucionou a indústria de motores e deu um impulso nos modelos R/C porque estes ficaram mais leves.

Os modelos R/C eram controlados por rádios a válvula cuja frequência era da faixa cidadão. Era comum o modelo a rádio ser construído por duas pessoas: um especialista em eletrônica e o outro em aerodinâmica.

Em 1952, surge no mercado americano de motor a jato para aeromodelo: o Jetex. Funcionava com uma pastilha de carburante, cuja combustão emitia gases que eram expelidos à alta velocidade.

Em 1953 F.W. Schmitz, objetivando desenvolver perfis adequados para a aerodinâmica dos aeromodelos, publicou no seu livro “Aerodynamic Des Flugmodells” seus experimentos e o resultado de vários testes, lançando as bases para projetos dos perfis modernos. Demonstrou que a eficiência dos perfis para aeromodelos depende do fluxo de ar sobre o dorso da asa.

O fluxo de ar precisa percorrer todo o dorso da asa sem se desprender dela. Se isto não ocorrer a resistência da asa cresce muito, tornando o voo ineficiente. Para termos uma asa eficiente, demonstrou que o perfil necessita ser fino com o bordo de ataque agudo.

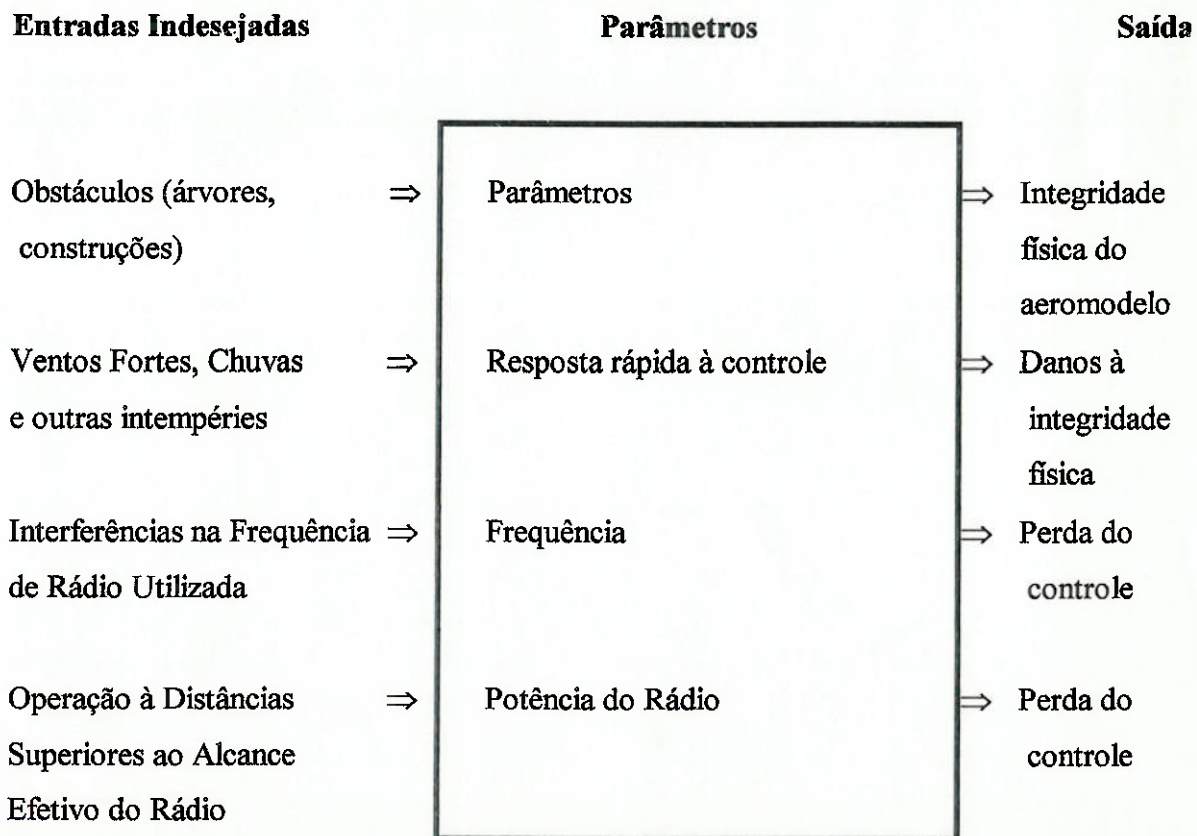
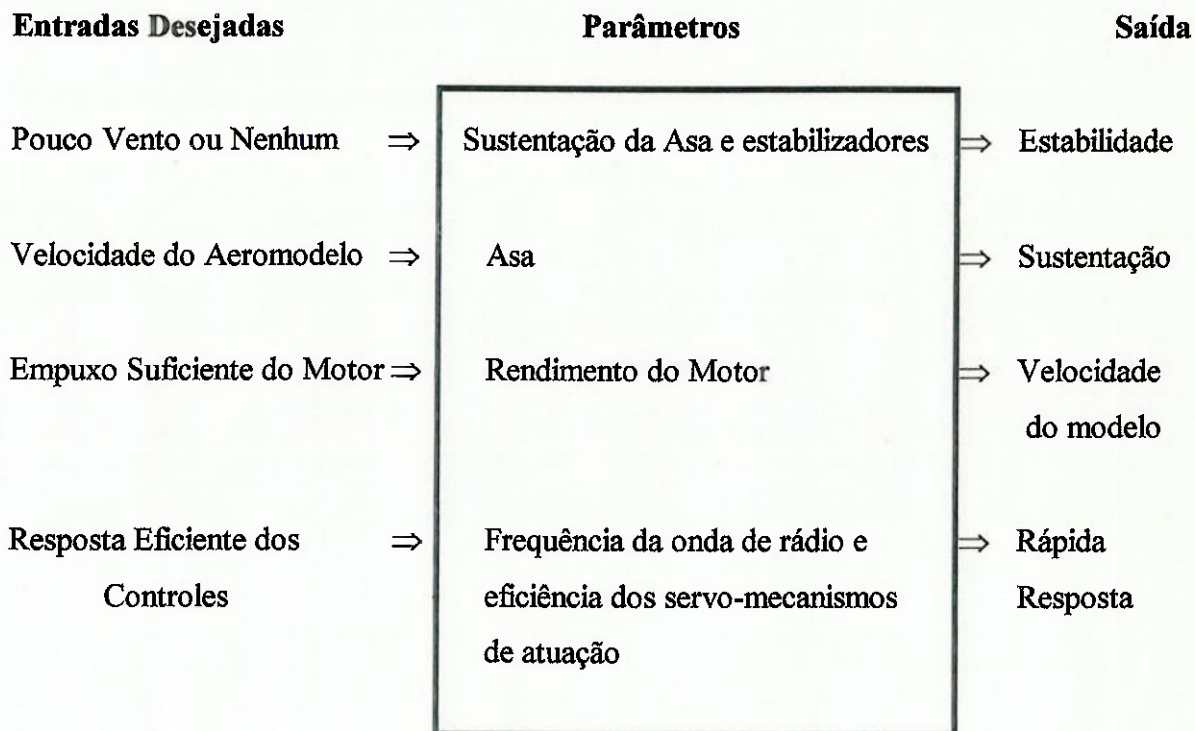
Neste mesmo ano surgem também os primeiros motores a jato para U-control. A partida era feita com uma bomba de encher pneus. Quando funcionava fazia um barulho ensurdecedor.

Já no ano de 1995, aparecem também simuladores eletrônicos para “trainer” ou multi-acrobático controlados a rádio, cujo acoplamento dá-se em microcomputadores comuns.

Para o escopo deste trabalho, será realizado o projeto e a construção de um aeromodelo rádio-controlado, movido a um pulso-reator, envolvendo, entre outros, o projeto do perfil da asa, das superfícies de controle e dos centros de pressão e gravidade da nave em si para posterior simulação e testes no túnel de vento.

II ESTUDOS DE PRÉ-CONCEPÇÃO

ESPECIFICAÇÕES TÉCNICAS



CARACTERÍSTICAS FUNCIONAIS IMPORTANTES

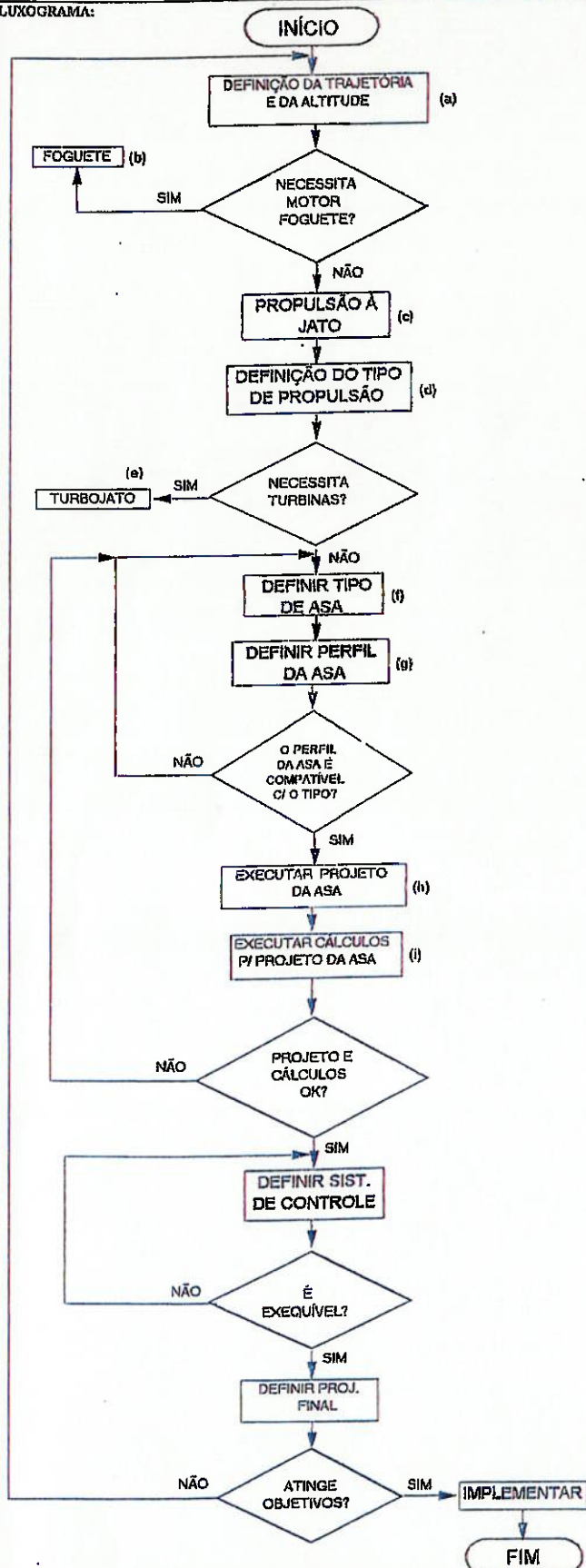
- Maneabilidade: o aeromodelo deve apresentar facilidade de manobra quando solicitado, exibindo eficácia nas respostas. Caso o motor seja cortado, o avião deverá executar um planeio de descida.
- Sustentação Eficiente: a asa, após estudado e escolhido um determinado perfil de aerofólio, deve apresentar uma sustentação adequada durante o voo.
- Arrasto Mínimo: a aerodinâmica do modelo deve ser otimizada de tal maneira que minimize ao máximo o arrasto.
- Segurança: o aeromodelo deverá mostrar-se seguro tanto para a pessoa que o opera, como para os transeuntes que estiverem próximos à área do voo.
- Facilidade de Pouso & Decolagem: a dificuldade de controle do aeromodelo nestes dois procedimentos deve ser minimizada, apesar das grandes velocidades atingidas.
- Alta Confiabilidade do Sistema de R/C: caso não haja, pode comprometer o próprio aeromodelo, o qual se perderá caso ultrapasse o raio de ação do rádio ou não responda satisfatoriamente aos seus comandos.

À seguir, encontra-se um fluxograma da lógica que será seguida para a elaboração e execução do projeto do aeromodelo:

DENOMINAÇÃO: Fluxograma para desenvolvimento de projeto de veículo aeroespacial.

OBJETIVO: Desenvolvimento de um projeto de um veículo aeroespacial.

FLUXOGRAMA:



Emitente:
Clobor Eduardo Lorenzi

Emissão: 09.04.96
Revisão:

INDICAÇÕES:

(a) Definição da trajetória e da altura que se deseja atingir com o veículo, a fim de permitir o estudo do tipo de propulsor empregado.

(b) Caso a trajetória e a altitude escolhida atinjam pontos onde não seja possível utilizar o oxigênio atmosférico como oxidante, parte-se para o estudo de um veículo que utilize motor foguete.

(c) Caso seja possível a utilização do oxigênio atmosférico como oxidante na reação de combustão, parte-se para o estudo de um veículo que utilize motor à jato.

(d) Definição do tipo de propulsão à jato que será empregada.

(e)

(f)

(g)

(h)

(i)

1 - Projetista / Desenhista
2 - Supervisor
3 - Revisor

Anexos:

Áreas Envolvidas/Distribuidor:

APROVADO POR:

Ricardo Morais
Diretoria

Supervisor de projetos

JET_FLUX.XLS

O ESTUDO DA NECESSIDADE

1) Aeromodelismo como Atividade Lúdica:

O aeromodelismo é um *hobby* que agrega inteligência e habilidades técnicas e motoras, tais como a concepção, projeto em si e a construção do modelo. Além disso, se a sua prática for iniciada desde a infância, pode direcionar os interesses da criança para uma determinada carreira técnica. Como exemplo, podemos citar a União Soviética, onde o aeromodelismo era incentivado desde a escola primária como matéria regular, dado que aquele país necessitava grande quantidade de engenheiros aeroespaciais.

2) Drones:

Drone é um artefato controlado à distância que exerce funções diversas na área militar. Algumas dessas funções são:

- Aerofotogrametria: para utilização na formação de imagens topográficas tridimensionais.
- Reconhecimento Tático: acionamento e detecção de radares.
- Alvo de treinamento para artilharia "Flak": atua como alvo móvel de baixo custo.
- Alvo para testes de mísseis ar-ar: usado para treinamento de pilotos de combate aéreo.

No campo civil, pode-se citar seu uso na agricultura, sobrevoando plantações e pulverizando com pesticidas ou mesmo fertilizantes.

MATRIZ DE DECISÃO

SÍNTESE DE SOLUÇÕES

		ALTERNATIVAS					
	FUNÇÕES	A	B	C	D	E	F
1	Enflechamento da Asa	Não enflechada	Parcialmente enflechada	Delta	Enflechamento negativo	Duplo delta	-----
2	Motor	Glow	Elétrico	Ducted Fan	Dynajet	Turbina	Foguete
3	Controle	U-Control	Sem controle	Rádio-Controle	-----	-----	-----
4	Fuselagem	Cilíndrica	Quadrática	Oval	Lifting-body	Semi-circular	-----
5	Config. Geral	Biplano	Monoplano	Delta puro	Canard-Delta	Canard Asa Padrão	-----
6	Perfil Asa	Simétrico	-----	-----	-----	-----	-----
7	Diedro Asa	0°	Negativo	Positivo	-----	-----	-----
8	Posição Asa	Alta	meia-altura	Baixa	-----	-----	-----
9	Material	Fibra de vidro	Isopor	Madeira Balsa	Alumínio	Aço	-----

Concepções:

- 1) 1B-2D-3C-4B-5E-6A-7A-8C-9C
- 2) 1A-2D-3C-4E-5C-6A-7A-8A-9B

Descrição:

A concepção escolhida para o prosseguimento do projeto será a "1" (Canard-Delta). A "2" foi eliminada, pois os materiais envolvidos são mais pesados, o que contribui negativamente para um parâmetro de essencial importância que é a leveza do modelo. Além disso, seria de construção prática mais complexa (fuselagem) e apresentaria manobrabilidade muito sensível e instável devido ao fato da configuração geral ser em delta puro.

O próximo passo, será o desenvolvimento da teoria genérica da aerodinâmica, perfis e asas para que possa ser utilizada, de maneira bem simplificada, na elaboração da solução adotada na segunda parte deste projeto.

VALOR ECONÔMICO

ESTUDO DO MERCADO

O potencial do mercado aeromodelista no País seria 50 vezes maior do que se imagina. Para um dimensionamento de nosso mercado, deve-se valer de uma comparação com o dos Estados Unidos, guardando as proporções entre as economias e assumindo as seguintes premissas:

1- O consumo da classe média-alta brasileira é similar ao da mesma classe em países ricos.

2- Lá e cá, o aeromodelismo é praticado pela parcela mais abonada da população (pessoas cujas rendas familiares são iguais ou maiores que US\$ 45 mil anuais). No Brasil, em 1990, esse universo teria cerca de 1,4 milhão de pessoas, contra 73,5 milhões nos EUA.

Lá, há 2,6 milhões de aeromodelistas. Eles gastam com o *hobby*, em média, US\$ 575 por ano per capita (total de US\$ 1,5 Bilhão/ano). Além disso, 12% das famílias naquela faixa de renda têm um ou mais membros que são, foram ou gostariam de ser aeromodelistas.

No Brasil, estima-se que o consumo real de produtos ligados ao aeromodelismo (mercado legal e contrabando) em US\$ 1,16 milhão/ano. Como havia em 1991 cerca de 16 mil inscritos em clubes, apesar da precariedade dos cadastros, isso indica um gasto anual médio de US\$ 73 per capita.

Transportando para cá a proporção de 12% das famílias mais ricas nas quais haveria pelo menos um membro que é, foi ou deseja ser aeromodelista, avalia-se em 175 mil o número de brasileiros dispostos ao *hobby*. Pode-se estabelecer, então, as seguintes hipóteses sobre o mercado potencial do País:

1. Hipótese pessimista: haveria 159 mil pessoas dispostas a um gasto anual de US\$ 73 (movimentando um total de US\$ 11,6 milhões/ano);

2. Hipótese otimista: haveria 159 mil pessoas dispostas a um gasto anual de US\$ 575, o padrão norte-americano (movimento total de US\$ 91,4 milhões/ano);

3. Hipótese realista (a média): haveria 159 mil pessoas dispostas a um gasto anual de US\$ 324 resultando num movimento total de US\$ 51,5 milhões. Ou seja, um mercado 50 vezes maior que o atual.

Portanto, não se pode esperar o fim da crise para transformar a hipótese em realidade. O mercado consumidor demanda novidades e possui espaço para modelos “exóticos”. Como diz o ditado, “quem sabe faz a hora, não espera acontecer”.

III INTRODUÇÃO TEÓRICA

A) DUAS GRANDEZAS AERODINÂMICAS BÁSICAS :

Quando pretende-se iniciar o projeto de uma aeronave que utiliza-se de asas para se elevar no ar, inicialmente devem-se analisar os seguintes parâmetros :

1. O peso de carga a deslocar-se em vôo (W)
2. A velocidade média na qual deseja-se deslocar esta carga, ou seja, a sua velocidade de cruzeiro (V_0).
3. As condições termodinâmicas do fluido (no caso o ar) por onde se deslocará a aeronave. Tais condições podem ser expressas com grandezas do tipo :

Pressão (p_0)

Temperatura (T_0)

Densidade (ρ_0)

Viscosidade absoluta (μ_0)

em condições de atmosfera padrão estática.

Em outras palavras, dada uma altitude de cruzeiro de projeto em relação ao nível médio do mar, definimos um ENVELOPE DE VÔO no qual a aeronave deve operar, de acordo com as condições termodinâmicas do ar naquela altitude segundo o modelo de atmosfera padrão.

Obs.: o modelo de atmosfera padrão será explicitado em um capítulo específico.

O problema fundamental em aerodinâmica é sempre deslocar uma carga de peso W a uma determinada velocidade V_0 . Para isto é necessário que haja um dispositivo capaz de elevar tal peso utilizando-se para isto da própria velocidade do fluido. Tal dispositivo é

comumente denominado de asa, que é uma superfície afilada capaz de gerar, por meio de reações aerodinâmicas, a sustentação necessária na direção contrária à força peso. A sustentação em uma asa só ocorre devido a geometria diferenciada do seu perfil (denominado aerofólio) : a curvatura deste ao longo e sua corda permite o aparecimento de um diferencial de pressão estática entre a superfície superior (ou extradorso) e a superfície inferior (ou intradorso) da asa, fazendo com que a pressão estática torne-se maior nesta última superfície e assim gerando um empuxo vertical, ou sustentação.

Entretanto esta sustentação não é gerada sem nenhum custo. O deslocamento do corpo é sempre acompanhado de uma força de arrasto que é a força resistente ao avanço do corpo no meio fluido. Assim, sempre que houver velocidade haverá também a força de arrasto na direção da velocidade. O arrasto depende sobretudo da geometria do corpo e está ligado intimamente com a atrito do fluido em sua superfície. Portanto é necessário que se tenha disponível uma potência capaz de suprir a força de arrasto a fim de manter a velocidade, relativa do fluido em relação ao corpo, constante e gerar a sustentação necessária. Estas duas grandezas (sustentação e arrasto) são as duas principais fontes de preocupação da aerodinâmica, afinal deve-se procurar sempre gerar a sustentação com o mínimo de potência possível. Toda a análise de performance de uma aeronave ou veículo provém das curvas de sustentação e arrasto em função de um determinado ângulo de ataque. A partir destes conceitos podemos definir as duas primeiras fórmulas aerodinâmicas :

A soma vetorial da sustentação ($L = \text{lift}$) e do arrasto ($D = \text{drag}$) dá origem à resultante aerodinâmica (R) :

$$R = \sqrt{L^2 + D^2}$$

(EQ.3.1)

E a sua relação é chamada eficiência aerodinâmica :

$$\epsilon = L / D$$

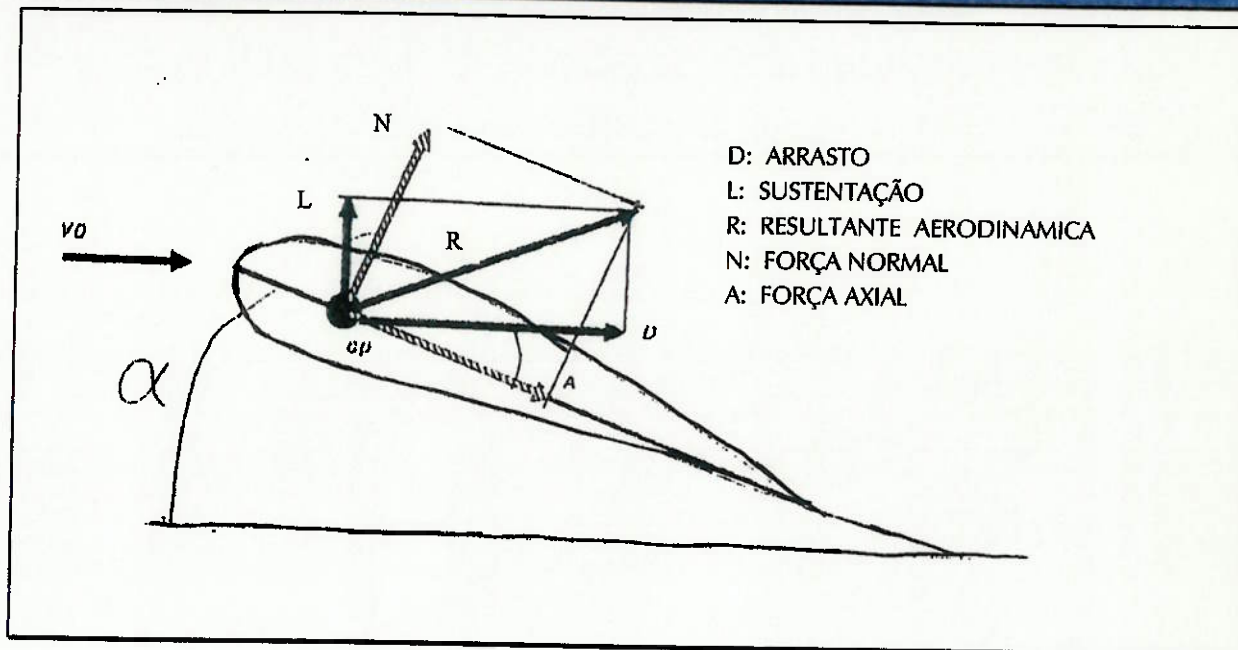
(EQ.3.2)

que é a medida de aproveitamento de um perfil, dada sua geometria. A relação L/D máxima representa o melhor aproveitamento aerodinâmico possível, gerando a maior sustentação com o mínimo arrasto. Seu inverso é a tangente do melhor ângulo de planeio.

(*) OBSERVAÇÃO :

O fenômeno da sustentação em um aerofólio pode ser explicado intuitivamente do seguinte modo : Imagine duas partículas de fluidos caminhando no infinito, em linhas de corrente paralelas, quase juntas a um eixo horizontal oX de referência (Onde a uma dada posição encontra-se alinhado um perfil de ASA cuja corda coincide com o eixo) à mesma velocidade e pressão estática. Sua energia cinética é aproximadamente a mesma e também apresentam a mesma pressão total. Suponha que ao chegar no bordo de ataque do aerofólio uma delas seja desviada para o intradorso e a outra para o extradorso. Geralmente o comprimento total do caminho ao longo da superfície do extradorso é maior do que o comprimento total do caminho ao longo do intradorso, devido à curvatura do aerofólio (ou sua cambagem) . Segundo o princípio de Bernoulli, a energia ao longo de um campo de velocidades irrotacional e incompressível é constante ao longo de todas as linhas de corrente. Considerando estas duas hipóteses, e portanto válida a lei de Bernoulli, as duas partículas devem chegar ao bordo de fuga ao mesmo tempo com a mesma velocidade. Para que isto ocorra, a partícula que percorreu maior caminho deve portanto ter acelerado durante uma parte de seu percurso para conseguir chegar ao bordo de fuga ao mesmo tempo que a outra partícula. Esta aceleração implica num acréscimo da energia cinética, velocidade e portanto também um acréscimo de pressão dinâmica. Como ao longo da linha de corrente a Energia é constante, ocorre para isto, também um decréscimo de pressão estática. No intradorso a curvatura é menos acentuada e portanto a aceleração do fluido não é tão intensa, mantendo a pressão estática em níveis mais elevados do que no extradorso. Este diferencial de pressão estática é responsável pela sustentação. É interessante observar que isto só ocorre devido à diferença de geometria entre o intradorso e o extradorso, e portanto quanto mais distorcida esta diferença (ou maior a cambagem do aerofólio) maior será a sustentação gerada. Perfis simétricos portanto não geram sustentação a não ser que operem sob um ângulo de ataque.

Figura 1 - Esforços Aerodinâmicos



B) ELEMENTOS DE UM AEROFÓLIO :

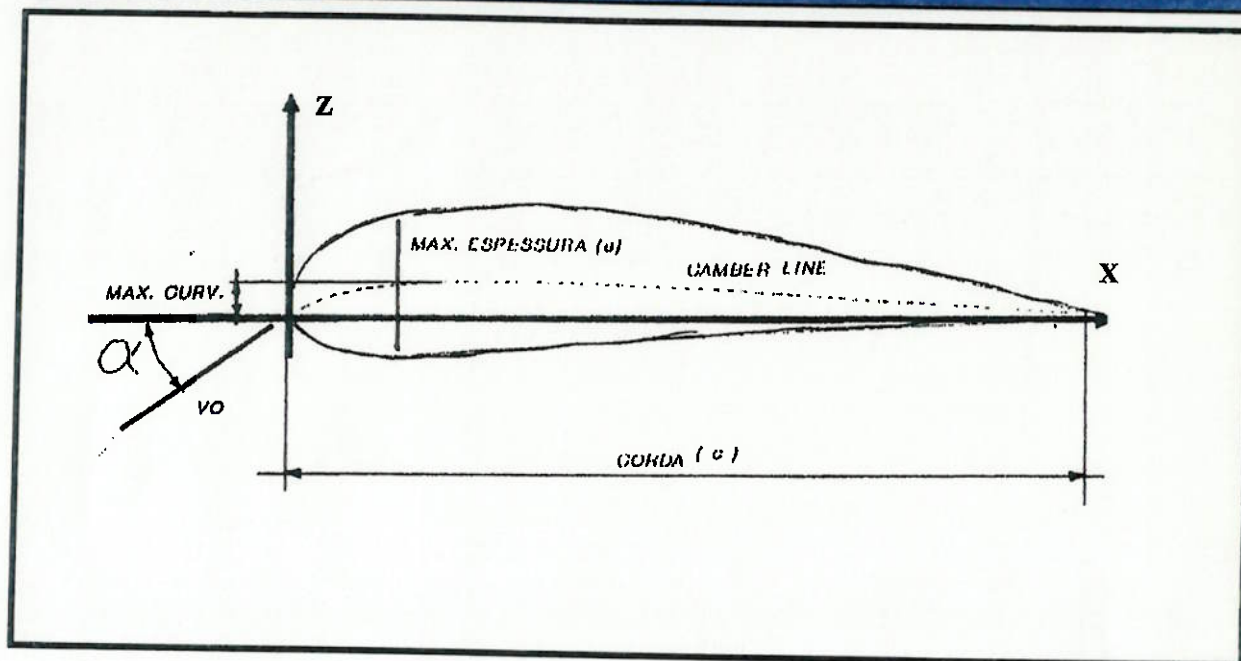
Obs.: Toma-se como base de que um aerofólio é definido como uma secção de asa.

Para podermos calcular as forças de sustentação e arrasto em um perfil deve-se saber em primeiro lugar a sua geometria, sob a forma de pontos tabelados e depois, a posição do aerofólio em relação ao escoamento sob a forma de ângulo de ataque (α). Este segundo parâmetro é muito importante pois os diferenciais de pressão dependem também da posição inicial do escoamento em relação ao aerofólio. Quanto maior for a mudança de direção do vetor de velocidade ao longo das superfícies maior será o gradiente de pressão.

Define-se ângulo de ataque (α) como o ângulo formado entre o escoamento ao longe e a corda do aerofólio. A corda é uma importante medida de referência para os cálculos aerodinâmicos e mede aproximadamente o comprimento de um perfil. Pode ser definida como o comprimento compreendido entre o ponto mais próximo do bordo de ataque e o ponto mais longínquo de bordo de fuga. Estes pontos são na maioria das vezes os pontos de estagnação, ou seja, onde a velocidade é nula.

Outro elemento de importância é a linha de “camber” ou cambagem que serve de parâmetro para a medida de curvatura do perfil. É definida como a linha que une os pontos médios entre o intradorso e o extradorso. O ponto de máxima curvatura do aerofólio encontra-se no ponto máximo da linha de “camber”. A espessura do aerofólio é a medida entre a corda e a linha de camber. Abaixo encontra-se um aerofólio com suas principais características geométricas :

Figura 2 - Elementos de um AEROFÓLIO



C) ELEMENTOS DE UMA ASA :

Levando em conta de que uma asa é um conjunto de aerofólios dispostos a fim de se formar um corpo tridimensional, temos os seguintes elementos que a caracterizam :

Obs.: Convenciona-se como origem do sistema de coordenadas o ponto mais próximo do bordo de ataque do perfil central da asa, que a divide simetricamente em duas SEMI-ASAS.

b = Envergadura : Distância entre as duas pontas das semi-asas medida ao longo do eixo Y.

$c(y)$ = corda : Comprimento da corda em cada secção (perfil) variável ao longo da envergadura, medida ao longo do eixo X.

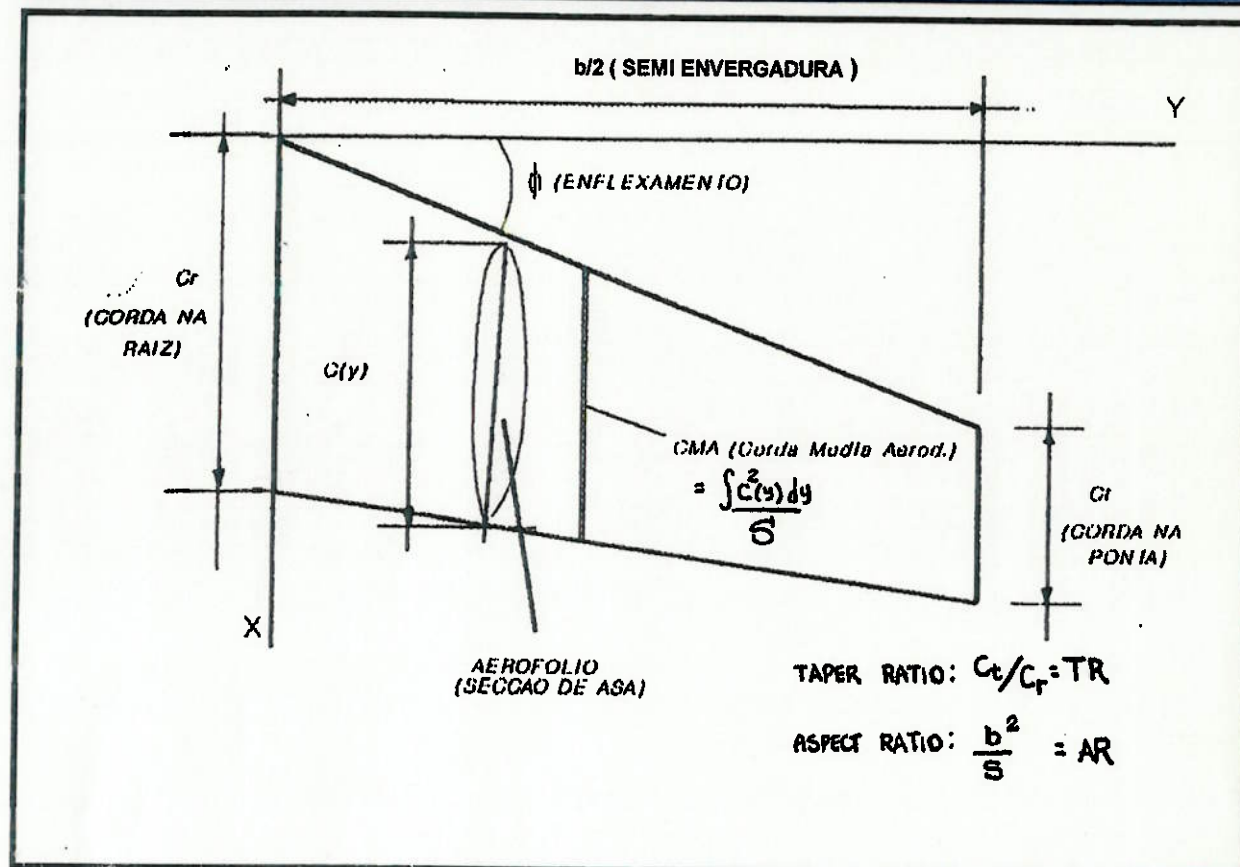
C_t = Comprimento da corda na ponta da semi -asa.

C_r = Comprimento da corda na raiz da semi-asa.

Enflexamento = Ângulo compreendido entre o bordo de ataque e o eixo Oy

Torção Geométrica ou "wash out " = Ângulo entre cada corda e o eixo z.

Figura 3 - Elementos de uma asa



IV. PRINCIPAIS GRANDEZAS AERODINÂMICAS :

Definidos os principais componentes de uma asa e alguns conceitos aerodinâmicos, vamos agora definir matematicamente as principais grandezas aerodinâmicas necessárias para o desenvolvimento da teoria de sustentação e arrasto para asas e sua futura construção.

A) FORÇAS E MOMENTOS :

Considere uma asa de perfil qualquer imersa em um escoamento com perfil de velocidade uniforme no infinito de intensidade V_0 e com condições estáticas de pressão e temperatura ao longe dados por P_0 e T_0 .

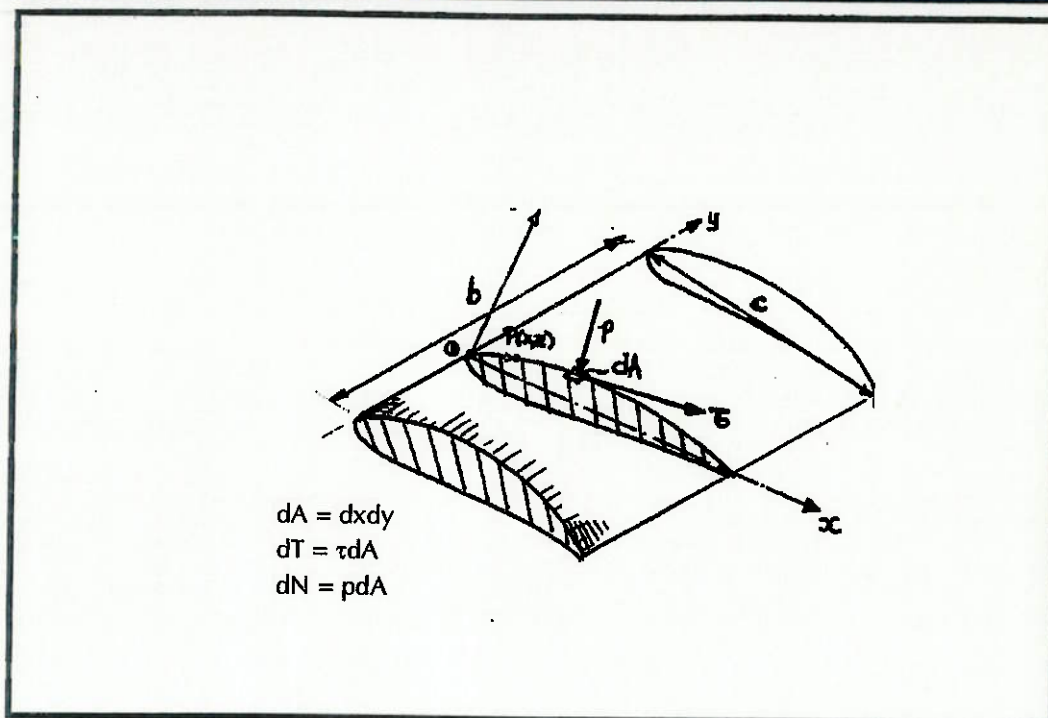
Sejam :

- O sistema de coordenadas fixo ao bordo de ataque do perfil, cujo eixo Ox encontra-se orientado com a corda do aerofólio.
- (α) O ângulo formado pela corda do perfil e a direção da velocidade do fluido ao longe (ângulo de ataque)
- $\vec{n}$ o versor normal a corda, paralelo ao eixo OZ .
- $\vec{a}$ o versor paralelo a corda e ao eixo OX .

Como resultado da interação entre o fluido e o corpo surgem, em cada ponto da superfície da asa dois tipos de esforços :

- Forças Normas induzidas pela pressão do fluido na direção Normal à superfície.
- Forças Tangenciais induzidas por efeitos viscosos do fluido interagindo com a superfície, ligadas à existência da camada limite, induzindo tensões tangenciais (τ).

Figura 4 - Tensões localizadas nas superfícies de uma ASA



Integrando as tensões normal e de cisalhamento (p) e (τ) ao longo da superfície da asa, obteremos como resultado a força resultante aerodinâmica (R) e tomando momentos em relação à origem de cada força elementar $p.dS$ e $\tau.dS$ e integrando, obteremos um momento na direção do eixo Y , denominado momento de "pitch" (M).

Obs.: O momento é considerado positivo no sentido horário.

Tomando as projeções de R em relação aos eixos coordenados, temos uma componente normal N paralela ao eixo Z e uma componente axial A paralela ao eixo X .

Para obter a força de sustentação (L), perpendicular ao vento relativo e a força de arrasto (D) paralela ao vento relativo aplica-se a relação :

$$L = N.\cos(\alpha) - A.\sin(\alpha) \quad (EQ.4.1)$$

$$D = N.\sin(\alpha) - A.\cos(\alpha) \quad (EQ.4.2)$$

onde α é o ângulo de ataque.

O problema então resume-se a obter N e A , e portanto a distribuição de p e τ ao longo da superfície da asa.

Considere agora a seguinte mudança de coordenadas :

$$X = r \cdot \cos(\beta)$$

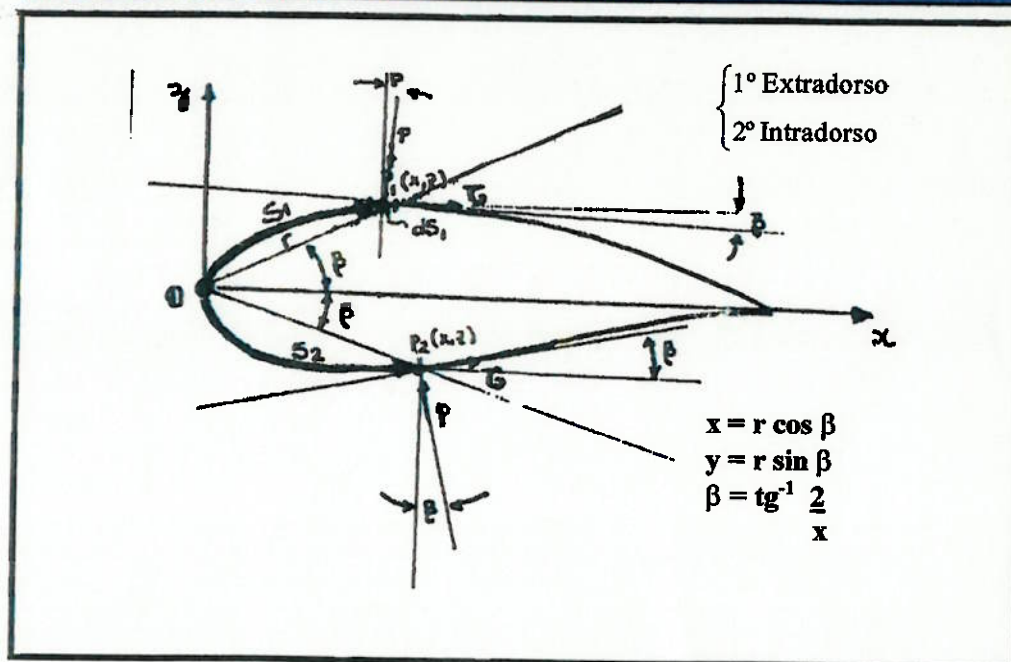
$$Z = r \cdot \sin(\beta)$$

onde $r^2 = X^2 + Y^2$ e $0 < \beta < \pi$

$S1$: É a coordenada medida na superfície do extradorso da asa a partir da origem.

$S2$: É a coordenada medida na superfície do intradorso da asa a partir da origem.

Figura 5 - MUDANÇA DE COORDENADAS



TERMOS NO INTRADORSO

$$dN1 = -p \cdot b \cdot dS1 \cdot \cos(\beta) + \tau \cdot b \cdot dS1 \cdot \sin(\beta)$$

$$dA1 = -p \cdot b \cdot dS1 \cdot \sin(\beta) + \tau \cdot b \cdot dS1 \cdot \cos(\beta)$$

$$dM1 = (p \cdot \cos(\beta) + \tau \cdot \sin(\beta)) \cdot x \cdot b \cdot dS1 + (-p \cdot \sin(\beta) + \tau \cdot \cos(\beta)) \cdot y \cdot b \cdot dS1$$

TEMOS NO EXTRADORSO

$$dN2 = -p.b.dS2.\cos(\beta) + \tau.b.dS2.\sin(\beta)$$

$$dA2 = -p.b.dS2.\sin(\beta) + \tau.b.dS2.\cos(\beta)$$

$$dM2 = (p.\cos(\beta) + \tau.\sin(\beta)).x.b.dS2 + \\ (-p.\sin(\beta) + \tau.\cos(\beta)).y.b.dS2$$

Considerando FORÇAS E MOMENTOS por UNIDADES de COMPRIMENTO
(sendo b a envergadura da asa) :

$$dN1' = (dN1/b) = -p.dS1.\cos(\beta) - \tau.dS1.\sin(\beta)$$

$$dA1' = (dA1/b) = -p.dS1.\sin(\beta) + \tau.dS1.\cos(\beta)$$

$$dM1' = (dM1/b) = (p.\cos(\beta) + \tau.\sin(\beta)).x.dS1 + \\ (-p.\sin(\beta) + \tau.\cos(\beta)).y.dS1$$

$$dN2' = (dN2/b) = p.dS2.\cos(\beta) - \tau.dS2.\sin(\beta)$$

$$dA2' = (dA2/b) = p.dS2.\sin(\beta) + \tau.dS2.\cos(\beta)$$

$$dM2' = (dM2/b) = (p.\cos(\beta) + \tau.\sin(\beta)).x.dS2 + \\ (-p.\sin(\beta) + \tau.\cos(\beta)).y.dS2$$

Juntando as equações e integrando temos :

$$N' = \int_{S1} (p.\cos(\beta) + \tau.\sin(\beta)).dS1 + \int_{S2} (p.\cos(\beta) - \tau.\sin(\beta)).dS2$$

(EQ 4.3)

$$A' = \int_{S1} (-p.\sin(\beta) + \tau.\cos(\beta)).dS1 + \int_{S2} (p.\sin(\beta) - \tau.\cos(\beta)).dS2$$

(EQ 4.4)

$$M' = \int_{S1} ((p.\cos(\beta) + \tau.\sin(\beta)) .x + (-p.\sin(\beta) + \tau .\cos(\beta)).y) .dS1 + \int_{S2} ((p.\cos(\beta) + \tau.\sin(\beta)) .x + (-p.\sin(\beta) + \tau .\cos(\beta)).y) .dS2$$

(EQ 4.5)

Combinando as equações (4.1), (4.2), (4.3), (4.4), e (4.5) podemos encontrar :

$$L' = (L/b) = N'.\cos(\alpha) - A'.\sin(\alpha) \quad (\text{EQ. 4.6})$$

$$D' = (D/b) = N'.\sin(\alpha) + N'.\cos(\alpha) \quad (\text{EQ. 4.7})$$

O ponto de aplicação da resultante aerodinâmica pode ser determinado com o equilíbrio de momentos tomando em relação à origem (NO BORDO DE ATAQUE).

Definimos X_p como centro de pressões se

$$\Sigma M = 0 = M + X_{cp}.N = M'.b + N'.X_{cp} = 0 \Rightarrow X_{cp} = -M'/N'$$

mas se o ângulo de ataque for muito pequeno, podemos considerar $N' \approx L'$, logo :

$$X_{cp} = M'/L' \quad (\text{EQ. 4.8})$$

Porém se $L' = 0$ temos $X_{cp} \rightarrow -\infty$ o que não é conveniente do ponto de vista matemático. Para isto não ocorrer costuma-se tomar como referência a posição $X=c/4$. Verificou-se experimentalmente que este local é próximo à posição do C_p para eficiência aerodinâmica máxima. Logo :

$$M' = -(c/4)*L' + M_{c/4} = -X_{cp}.L' \quad (\text{EQ. 4.9})$$

Obs.: Note que em X_{cp} , $M=0$ pois lá deve ser aplicada L'

Onde $M_{c/4}$ é o momento tomado em relação a origem na posição $x_O = c/4$.

B) PRINCIPAIS COEFICIENTES AERODINÂMICOS :

É interessante que se adimensionalize os resultados, para que as grandezas aerodinâmicas calculadas em uma asa específica sejam proporcionais às grandezas aerodinâmicas de outras asas geometricamente semelhantes.

Define-se neste ponto a grandeza pressão dinâmica : (q)

$$q = (1/2) \cdot \rho \cdot v_o^2$$

[Pa]

EQ.4.10

Onde : ρ = Densidade do fluido ao longe [Kg/m³]

v_o = Velocidade do fluido ao longe [m/s]

Pela Equação de Bernoulli, a parcela de Energia cinética carregada pelo fluido (pressão dinâmica), somada a pressão estática local e à pressão devido ao potencial gravitacional ($p_z = \rho \cdot g \cdot z$) representam uma grandeza constante para escoamentos irrotacionais e incompressíveis, ao longo de uma mesma linha de corrente. Esta grandeza é a pressão total ou pressão de estagnação associada à esta linha de corrente. Assim :

$$P_t = p_O + q + \rho \cdot g \cdot z = \text{cte}$$

ou

$$p_{O1} + q_1 + p_{z1} = p_{O2} + q_2 + p_{z2} \quad (\text{EQ. 4.11})$$

1,2 : Pontos distintos de uma linha de corrente.

Desde modo podemos adimensionalizar as grandezas L, D e M por meio de coeficientes :

1) COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO : (C₁)

$$C_1 = \frac{L}{q \cdot S_{ref}} = \frac{L' \cdot b}{(1/2) \cdot \rho \cdot v_o^2 \cdot c_{med} \cdot b} = \frac{L'}{(1/2) \cdot \rho \cdot v_o^2 \cdot c_{med}}$$

(EQ 4.12)

onde :

S_{ref} = Superfície Aerodinâmica de referência. É uma grandeza que depende do contexto do problema. Para asas, esta superfície é a Área da asa vista de Planta ou o produto da corda Média Aerodinâmica pela envergadura.

A CORDA MÉDIA AERODINÂMICA é dada pela relação :

$$c_{med} = \frac{\int c(y)^2 . dy}{S_{ref}} \quad (EQ 4.13)$$

2) COEFICIENTE DE ARRASTO : (C_d)

$$C_d = \frac{D}{q . S_{ref}} = \frac{D' . b}{(1/2) . p . v_o^2 . c_{med} . b} = \frac{D'}{(1/2) . p . v_o^2 . c_{med}} \quad (EQ 4.14)$$

3) COEFICIENTE DE MOMENTO : (C_m)

$$C_m = \frac{M}{q / S_{ref} . c_{med}} = \frac{M' . b}{(1/2) . p . v_o^2 . c_{med}^2 . b} = \frac{M'}{(1/2) . p . v_o^2 . c_{med}^2} \quad (EQ 4.15)$$

Note que, quando tomamos como base as Forças por unidades de Área, os coeficientes não mais dependem da asa utilizada e sim apenas do perfil, cuja corda tem o tamanho de $c=c_{med}$.

Além destes coeficientes existem ainda mais dois relacionados com p e T , que avaliam valores locais. São eles :

4) COEFICIENTE DE PRESSÃO : (Cp)

$$C_p = \frac{\Delta p}{q} = \frac{p - p_0}{(1/2) \cdot \rho \cdot v_o^2}$$

(EQ 4.16)

Onde : p = pressão local [Pa]

p₀ = pressão ao longe [Pa]Logo podemos também estimar p por C_p :

$$p = p_0 + C_p \cdot (1/2) \cdot \rho \cdot v_o^2$$

(EQ 4.17)

5) COEFICIENTE DE ATRITO : (Cf)

$$C_f = \frac{\tau}{q} = \frac{\tau}{(1/2) \cdot \rho \cdot v_o^2}$$

(EQ 4.18)

Onde τ é a tensão de cisalhamento local [Pa]

Podemos finalmente escrever C_l, C_d e C_m (que são valores globais) em função de C_p e C_f (que são valores locais). Assim, substituindo os valores de C_p e C_f nas equações 4.4, 4.5 e 4.6 e aplicando as definições de C_l, C_d e C_m, chegamos, com algum esforço algébrico finalmente às equações :

$$C_l = \cos(\alpha) \cdot \left[(1/c) \cdot \left(\int_0^c (C_{p1} - C_{p2}) \cdot dX + \int_0^{Y(x)} (C_{f1} - C_{f2}) \cdot dY \right) \right. \\ \left. - \sin(\alpha) \cdot \left[(1/c) \cdot \left(\int_0^{Y(x)} (C_{p1} - C_{p2}) \cdot dY + \int_0^c (C_{f1} - C_{f2}) \cdot dZ \right) \right] \right]$$

(EQ 4.19)

$$C_d = \sin(\alpha) \cdot \left[\frac{1}{c} \cdot \left(\int_0^c (C_{p1} - C_{p2}) \cdot dX + \int_0^{Y(x)} (C_{f1} - C_{f2}) \cdot dY \right) \right. \\ \left. + \cos(\alpha) \cdot \left[\frac{1}{c} \cdot \left(\int_0^{Y(x)} (C_{p1} - C_{p2}) \cdot dY + \int_0^c (C_{f1} - C_{f2}) \cdot dX \right) \right] \right]$$

(EQ 4.20)

$$C_m = \frac{1}{c^2} \cdot \left[\int_0^c (C_{p1} - C_{p2}) \cdot X \cdot dX - \int_0^{Y(x)} (C_{f1} - C_{f2}) \cdot X \cdot dY \right. \\ \left. + \int_0^{Y(x)} (C_{p1} - C_{p2}) \cdot Y \cdot dY + \int_0^c (C_{f1} - C_{f2}) \cdot Y \cdot dX \right]$$

(EQ 4.21)

Onde :

C_{p1} = Coeficiente de pressão local no extradorso

C_{p2} = Coeficiente de pressão local no intradorso

C_{f1} = Coeficiente de Fricção local no extradorso

C_{f2} = Coeficiente de Fricção local no intradorso

c = Corda do aerofólio estudado

x, y : pontos tabelados ao Aerofólio.

Note que o problema se resolve se conhecermos a distribuição de pressões e tensões de cisalhamento sobre cada ponto da superfície do aerofólio. Entretanto esta é uma tarefa difícil, pois não existe função analítica conhecida que descreva com exatidão o comportamento de C_p ou C_f , dada a geometria do aerofólio, pois isso implicaria na resolução da Equação de Navier Stokes.

Atualmente isto pode ser resolvido por meio de avançados programas que utilizam-se de métodos dos elementos finitos rodando em computadores muito rápidos e precisos, o que foge do escopo do desenvolvimento de um estudo a nível de graduação. Neste estudo propomos introduzir outros conceitos matemáticos mais simples, porém capazes de resolver o problema da sustentação e do arrasto com razoável precisão e sob outro enfoque : o uso da função potencial de velocidades para se determinar a circulação ao longo da asa e da teoria da camada limite para, à partir de seus resultados, juntamente com dados já tabelados e testados, determinar uma geometria ótima para o perfil de um aerofólio e também seus coeficientes C_L e C_D .

Inicialmente começaremos resolvendo o problema para uma secção de asa ou aerofólio, para depois, com seus resultados, desenvolver a teoria para uma asa.

V. CÁLCULO DE SUSTENTAÇÃO, ARRASTO E MOMENTO EM AEROFÓLIOS :

CÁLCULO DA SUSTENTAÇÃO

A determinação da sustentação em perfil está fortemente ligada à distribuição de velocidades do escoamento nas regiões próximas à superfície deste, pois, pela equação de Bernoulli pode-se obter a pressão agindo em determinado ponto a partir da velocidade do fluido ao longo de uma linha de corrente.

Entretanto só a pressão não é suficiente para o cálculo da sustentação, pois esta depende ainda da distribuição de tensões de cisalhamento na asa, que por sua vez dependem do comportamento da camada limite local, ou seja da distribuição de velocidades do fluido junto a parede. Portanto a determinação de velocidades é fundamental no cálculo da sustentação, seja em análise macro (no caso da equação de Bernoulli) ou micro (no caso da camada limite).

A determinação exata destas grandezas implica na resolução direta da equação de Navier-Stokes, o que foge ao escopo deste trabalho. Assim utilizaremos outras ferramentas para o este tipo de cálculo utilizando-se para isto da teoria da velocidade potencial / função de corrente e do Teorema de Kutta-Joukowski, para então determinar um modelo matemático mais simples, porém eficiente.

Inicialmente vamos definir duas ferramentas fundamentais para análise de escoamento.

1) FUNÇÃO DE CORRENTE :

Da mecânica dos fluidos, segundo o modelo de Euler, sabe-se que as linhas de corrente em um escoamento podem ser definidas em duas dimensões para coordenadas cartesianas por

$$\frac{dY}{dX} = \frac{V_y}{V_x} \Rightarrow V_x \cdot dY - V_y \cdot dX = 0 \quad (\text{EQ 5.1})$$

Onde : V_x : Componente da velocidade da partícula fluida na direção X

V_y : Componente da velocidade da partícula fluida na direção Y

Admitimos que exista uma função de ponto $\psi(x,y) = \text{cte}$ ao longo de uma linha de corrente que caracteriza quantitativamente esta linha de alguma forma, temos :

$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial X} dX + \frac{\partial \psi}{\partial Y} dY = 0 \quad (\text{EQ 5.2})$$

Juntando as equações 5.1 e 5.2 temos que :

$$\frac{d\psi}{dX} = -V_y$$

(EQ 5.3)

e

$$\frac{d\psi}{dY} = V_x$$

(EQ 5.4)

Observe que se o movimento da partícula fluida for irrotacional :

$$\text{rot}V = \nabla \times V = \frac{dV_y}{dX} - \frac{dV_x}{dY} = \frac{d^2 \psi}{dX^2} + \frac{d^2 \psi}{dY^2} = \nabla^2 \psi = 0$$

$$\frac{d^2 \psi}{dX^2} + \frac{d^2 \psi}{dY^2} = 0 \quad : \psi \text{ Obedece a equação de Laplace}$$

2) FUNÇÃO VELOCIDADE POTENCIAL :

Do Cálculo Vetorial temos :

“ Se o rotacional de um vetor for nulo, existe sempre uma função de ponto cujo gradiente é este vetor”

logo : $V = \text{grad } \phi$ se $\text{rot } V = 0$

Sendo ϕ a função escalar que representa o potencial do vetor velocidade em um escoamento irrotacional.

$$\text{Portanto } V_x = \frac{d\phi}{dX} \quad (\text{EQ 5.3}) \quad \text{e} \quad V_y = \frac{d\phi}{dY} \quad (\text{EQ 5.4})$$

Pela equação de continuidade , temos :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \rho V = 0$$

Hipóteses para o Projeto :

Admitindo regime permanente : $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow \text{grad } \rho V = 0$

Admitindo fluido incompressível : $\rho = \text{cte} \Rightarrow \rho \text{ div } V = 0$

logo : $\text{div } V = 0$

Sendo $V = \text{grad } \phi$ temos : $\frac{d^2 \phi}{dX^2} + \frac{d^2 \phi}{dY^2} = 0$

Que é novamente a equação de Laplace, o que nos leva a concluir que, para que a função potencial obedeça à equação de Laplace, o fluido deve ser : irrotacional e incompressível, escoando em regime permanente.

A partir dos resultados acima pode-se demonstrar que as linha de corrente e as linha equipotenciais são ORTOGONAIS e são dadas pela relação :

$$\left(\frac{dY}{dX} \right) = - \left(\frac{dX}{dY} \right)$$

$$\phi = \text{cte} \quad \psi = \text{cte}$$

A grande vantagem de se usar a Equação de Laplace é sua linearidade ou seja, permite que soluções particulares sejam superpostas a fim de se obter uma solução geral ou ainda decompor um escoamento complicado em uma série de escoamentos fundamentais. Além disso as soluções da equação de Laplace são de fácil convergência numérica ou, dependendo do caso, apresentam solução analítica.

Resumindo, podem-se escrever as componentes do vetor velocidade como :

$$V_x = \frac{d\phi}{dX} = \frac{d\psi}{dY} \quad (\text{EQ 5.5})$$

$$V_y = - \frac{d\psi}{dX} = \frac{d\phi}{dY} \quad (\text{EQ 5.6})$$

E adotaremos como hipóteses fundamentais :

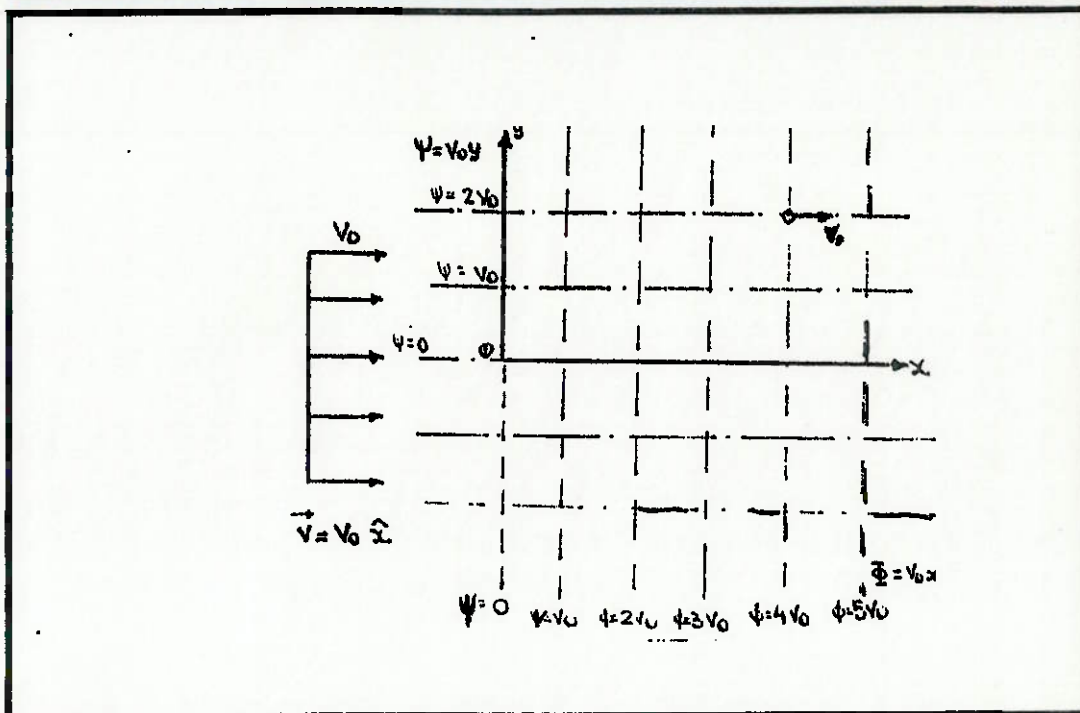
- Regime permanente.
- Escoamento irrotacional.
- Escoamento incompressível.

Que são suficientes para aerofólios operando em regime de cruzeiro baixo subsônico (Mach < 0.3), para que as funções ψ e ϕ obedeçam à Equação de Laplace.

A partir destes resultados escrevemos a forma de cálculo das velocidades relativas aos principais tipos de escoamento bidimensionais envolvidos no cálculo da sustentação de um aerofólio.

3) ESCOAMENTO UNIFORME

Figura 6 - ESCOAMENTO UNIFORME e suas LINHAS EQUIPOTENCIAS



4) VÓRTICE IDEAL :

Suponha um escoamento com a seguinte distribuição de velocidades :

$$V_{\theta} = \frac{C_1}{r}$$

$$V_r = 0$$

Onde $\theta = \arctan (Y/Z)$

$$r^2 = X^2 + Y^2$$

Note que as velocidades são sempre perpendiculares ao raio vetor de um dado ponto P (X,Y) e aumentam de valor a medida que nos aproximamos da origem. P (0,0) é um ponto singular, cujo valor da velocidade tangencial é infinito.

Neste ponto é necessário definir uma nova grandeza física de grande importância : circulação.

Considere uma curva fechada 1, que nunca se fecha em si, orientada no sentido horário, situada numa secção contida em um escoamento de campo de velocidades qualquer.

Definimos como circulação como a integral de linha :

$$\Gamma = - \oint V(x, y) \cdot d1 \quad [m^2/seg]$$

Aplicando esta definição no escoamento de vórtice (tomando como referência uma curva fechada que envolva a origem em circunferências perfeitas) :

$$\Gamma = - \oint V \cdot d1 = - \int v_{\theta} \cdot r \cdot d\theta = - V_{\theta} \cdot r \cdot 2\pi$$

$$d1 = r \cdot d\theta$$

logo :

$$v_{\theta} = - \frac{\Gamma}{2\pi \cdot r}$$

Neste caso Γ é denominado intensidade de vórtice, e é uma grandeza finita que caracteriza o vórtice de maneira quantitativa.

Aplicando as definições de funções potenciais e de corrente para coordenadas cilíndricas temos :

$$\frac{dY}{dr} = \frac{1}{r} \cdot \frac{d\Phi}{d\theta} = V_r = 0$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{d\psi}{d\theta} = - \frac{d\Phi}{dr} = V_{\theta} = - \frac{\Gamma}{2\pi \cdot r}$$

Resolvendo conjuntamente este sistema de equações temos :

$$\psi = -\frac{\Gamma}{2\pi} \cdot \theta$$

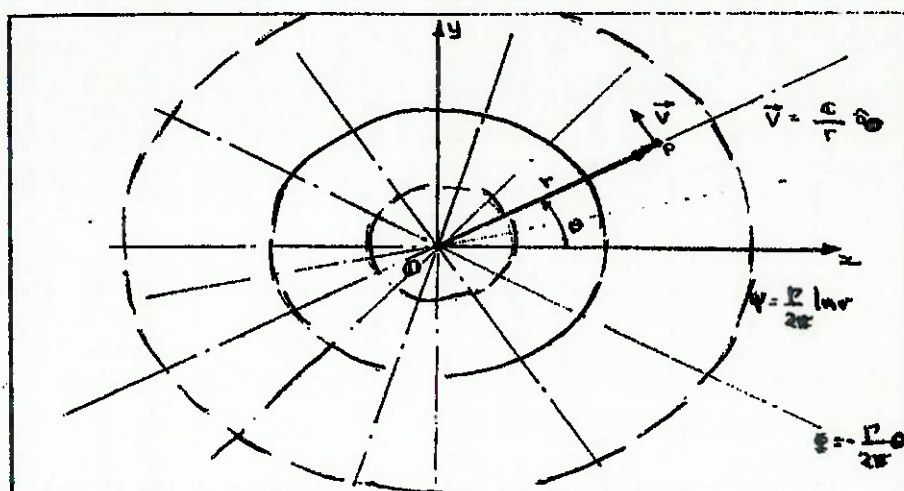
(EQ 5.9)

e

$$\Phi = -\frac{\Gamma}{2\pi} \cdot \ln(r)$$

(EQ 5.10)

Figura 5 - VÓRTICE IDEAL



Definimos a seguir, outro conceito matemático importante, demonstrado no início do século simultaneamente por dois matemáticos russos e que representa a mais poderosa ferramenta atual para os modelos aerodinâmicos de escoamento incompressível.

5) TEOREMA DE KUTTA - JOUKOVSKI :

Considere um escoamento bidimensional incompressível em torno de um aerofólio. Seja uma curva S fechada que contenha o aerofólio. Se o aerofólio produzir sustentação, o campo de velocidades em torno do aerofólio será tal que a integral de linha da velocidade ao longo de S será finita e representará uma circulação finita. O teorema de Kutta / Joukovski diz que a sustentação por unidade de comprimento será diretamente proporcional à circulação gerada pela seguinte equação :

$$L' = \rho_o \cdot V_o \cdot \Gamma$$

(EQ. 5.11)

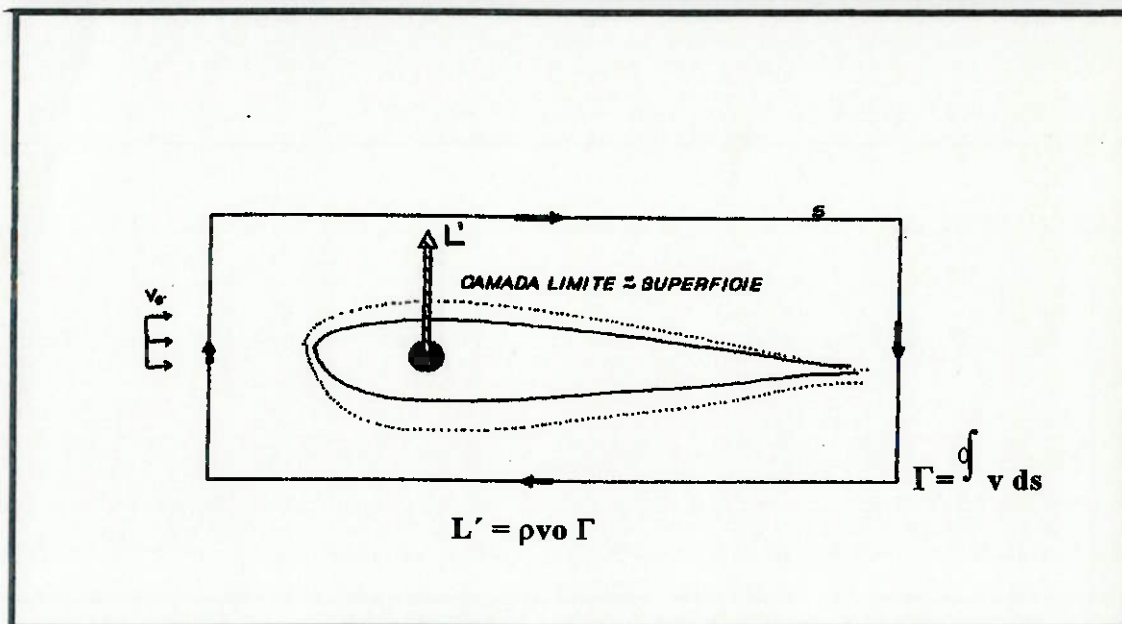
ρ_o : Densidade do fluido ao longe.

V_o : Velocidade do fluido ao longe.

Obs.: Este teorema pode ser facilmente comprovado ao se calcular a sustentação em torno de um cilindro, utilizando-se para isto as soluções de escoamento potencial para um dipolo associado ao escoamento uniforme.

Assim pode-se facilmente determinar a sustentação gerada por um aerofólio se encontrarmos alguma maneira de calcular a circulação em torno deste. Sabe-se que a circulação local em um ponto pode ser determinada pela resolução da equação de Laplace para escoamento de um vórtice ideal, de acordo com os resultados acima obtidos. O problema resume-se então em encontrar de algum modo a circulação total em torno de um perfil, levando em conta a influência de cada vórtice local.

Figura 6 - TEOREMA DE KUTTA-JOUKOVSKI



Para resolver este problema, Prandtl no início do século também, sugeriu uma nova teoria para o tratamento dos vórtices. A teoria da malha de vórtices, utilizando-se para isto do modelo de filamento de vórtice.

6) TEORIA DA MALHA DE VÓRTICES :

Dado um ponto O, no qual situa-se o centro de um vórtice de intensidade Γ , considera-se uma reta associada perpendicularmente ao plano do vórtice como um filamento ao longo do qual sempre existe um vórtice associado de intensidade Γ , qualquer que seja a posição adotada sobre esta reta, Tem-se portanto um filamento de vórtice de intensidade Γ . O escoamento induzido nos planos perpendiculares à esta reta é idêntico ao longo destes, já que o vórtice tem intensidade constante Γ .

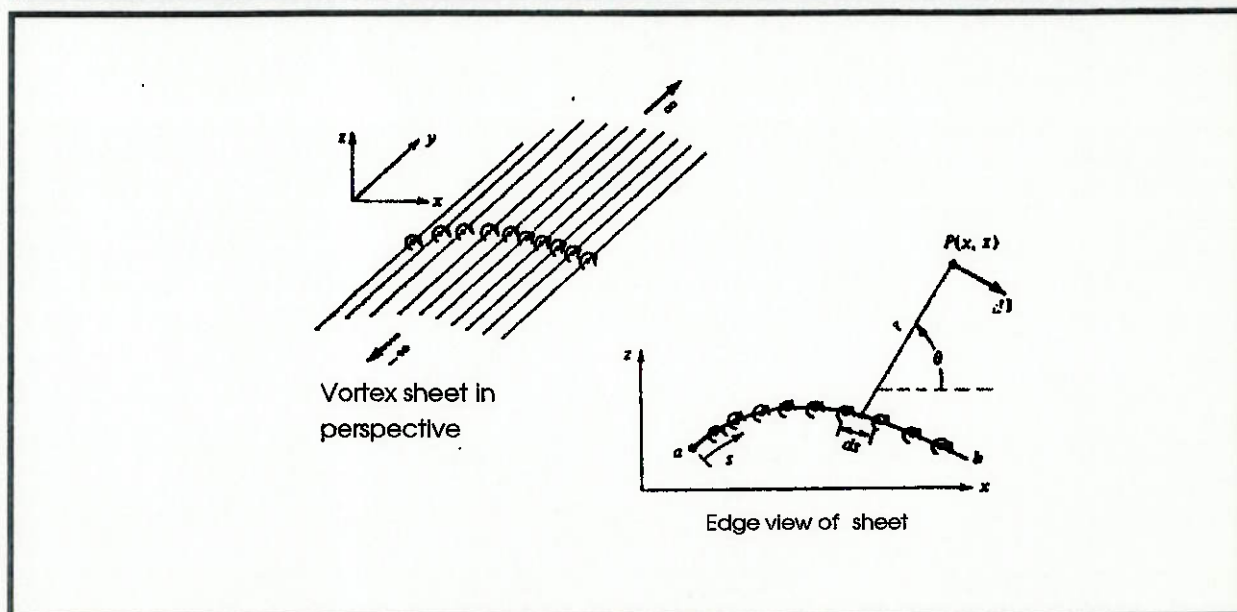
Imagine um conjunto de filamentos de vórtices colocados lado a lado paralelamente no espaço.

Seja S a coordenada medida perpendicularmente a estes filamentos.

Seja γ a intensidade de um vórtice por unidade por comprimento S, de tal forma que tomemos um comprimento infinitesimal sobre esta curva, pode-se definir (Fig. 7) :

$$d\Gamma = \gamma \cdot dS \rightarrow \Gamma = \int \gamma \cdot dS \quad (\text{EQ. 5.12})$$

Figura 7 - MALHA DE VÓRTICES



Assim, dado um ponto P no espaço, não contido na curva S, a velocidade induzida neste ponto será, pela teoria do vórtice ideal :

$$\boxed{dv = -\frac{d\Gamma}{2\pi \cdot r} = -\frac{\gamma \cdot dS}{2\pi \cdot r}} \quad (\text{EQ 5.14})$$

e também pela equação (5.9) temos :

$$\boxed{d\Phi = \frac{d\Gamma}{2 \cdot \pi} \cdot \theta} \quad (\text{EQ 5.15})$$

que integrando resulta em :

$$\boxed{\Phi = \frac{d\Gamma}{2 \cdot \pi} \cdot \int \theta \gamma dS} \quad (\text{EQ 5.16})$$

Para sabermos a circulação total gerada pelos vórtices ao longo de toda a curva S, basta integrar a equação 6.1 e portanto obter L' :

$$L' = \rho_{\infty} \cdot V_{\infty} \cdot \int_S \gamma \cdot dS \quad (\text{EQ 5.17})$$

Se fizermos a curva S acompanhar o perfil do aerofólio, obteremos diretamente a sustentação gerada por este.

Convém notar que esta teoria não considera os efeitos locais provocados pela camada limite, pois dentro desta, próximo às paredes do aerofólio o efeito de viscosidade torna :

$$\text{GRAD } \Phi = \vec{V}$$

invalidando a aplicação da função potencial nesta região. Assim para efeito apenas de cálculo da sustentação consideramos que a espessura da camada limite é muito pequena mediante a espessura do aerofólio e praticamente coincide com as paredes deste. Portanto, para efeito de cálculo, temos

$$\text{GRAD } \Phi = \vec{V}$$

Até muito próximo da superfície do aerofólio, para podermos aplicar os resultados da função potencial.

Definidas as principais ferramentas matemáticas, desenvolveremos a seguir um método numérico capaz de calcular a distribuição de circulação local ao longo de um aerofólio.

7) MÉTODO DOS PAINÉIS DE VÓRTICES :

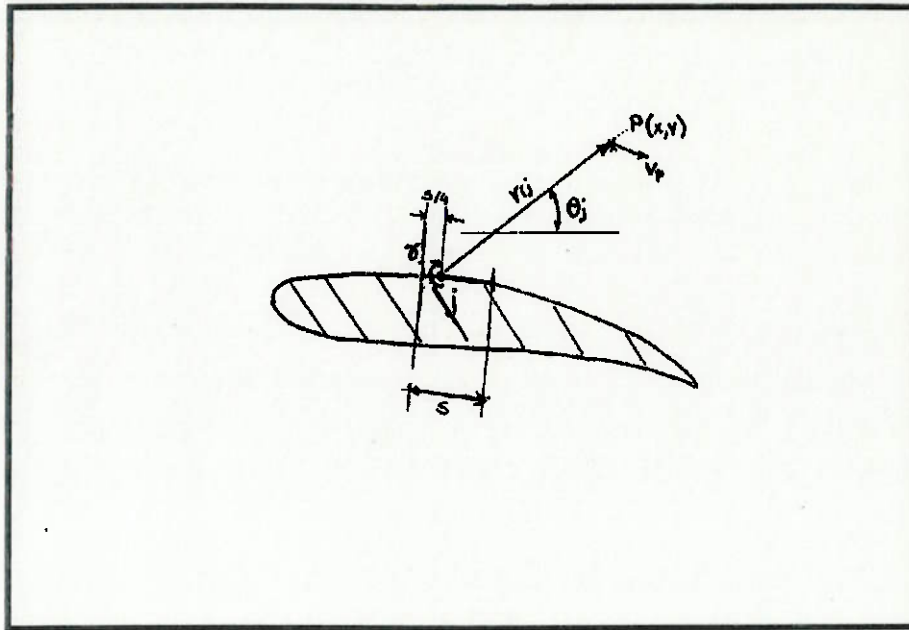
Dado um aerofólio qualquer tabelado ponto a ponto, e definidas suas condições de operação (Velocidade do escoamento do fluido ao longo e estado termodinâmico deste), pode-se subdividir as curvas que determinam seu perfil em um número finito (N) de trechos retilíneos ou painéis. A cada painel podemos associar uma singularidade do tipo vórtice e substituir a superfície do aerofólio por uma malha de vórtices associada a uma cadeia de painéis.

Isto pode ser feito (e tem significado físico real) pois, devido a presença da camada limite, aparecem vorticidades associadas à superfícies do aerofólios através de efeitos viscosos e gradientes de velocidade finitos neste local. Assim, nada melhor do que vórtices ideais para modelar este efeito.

Seja um painel j qualquer na superfície de um aerofólio. Este painel apresenta um vórtice aplicado γ_j na posição de 3/4 do seu comprimento total.

Seja um ponto de controle $P(x,y)$ no espaço, à distância r_j do centro do vórtice aplicado ao painel j , que forma um ângulo θ_j com a direção Ox . (Ver Fig.8).

Figura 8 - PONTO DE CONTROLE



O valor da função potencial neste ponto é :

$$\Phi_j = -\frac{1}{2\pi} \cdot \int \theta_{pj} \cdot \gamma_j \cdot dS \quad (\text{EQ 5.18})$$

onde :

$$\theta_{pj} = \arctan \frac{Y_p - Y_j}{X_p - X_j} \quad (\text{EQ 5.19})$$

Sendo que a função potencial obedece à equação de Laplace, suas soluções podem ser superpostas e portanto podemos somar todos os valores de Φ_j devido a influência de todos os painéis sobre o ponto P . Assim, neste ponto temos :

$$\Phi(P) = \sum_{j=1}^N \Phi_j = -\frac{1}{2\pi} \cdot \sum_{j=1}^N \int \gamma_j \cdot \theta_{pj} \cdot dS_j \quad (\text{EQ 5.20})$$

Admitindo que γ_i seja praticamente constante ao longo de cada painel, passa-se γ_i para fora da integral e portanto :

$$\Phi(P) = -\frac{1}{2\pi} \cdot \sum_{j=1}^N \gamma_j \int \theta_{pj} \cdot dS_j \quad (\text{EQ 5.21})$$

Admitindo que P esteja também contido na superfície de aerofólio, mais precisamente NO CENTRO do i-ésimo painel, rescrevem-se as equações acima como :

$$\Phi(X_i, Y_i) = -\gamma_j \cdot \left(\frac{1}{2\pi} \cdot \int \theta_{ij} \cdot dS_j \right) \quad (\text{EQ 5.22})$$

$$\theta_{ij} = \arctan \frac{Y_i - Y_j}{X_i - X_j} \quad (\text{EQ 5.23})$$

A (EQ 7.6) representa fisicamente a contribuição de todos os painéis à função potencial no ponto de controle situado no centro do i-ésimo painel.

Existem, porém, as condições de contorno envolvidas :

- Em cada painel a componente normal da velocidade do fluido junto à este é nula, já que existe uma parede física. Esta componente é influenciada tanto pela velocidade do fluido ao longe, quanto pela velocidade induzida pelos vórtices. Assim temos :

$$V_n = 0 = V_{n,\Gamma} + V_{n,\infty} \quad (\text{EQ 5.24})$$

A componente normal de velocidade devido à velocidade ao longe (v_0), no painel j é :

$$V_{n,\infty} = V_{\infty} \cdot \cos(\beta_i) \quad (\text{EQ 5.25})$$

A componente normal de velocidade induzida pelos vórtices é dada por :

$$V_{n,\Gamma} = \frac{\partial \Phi_i}{\partial n_i} = -\frac{\gamma_j}{2\pi} \cdot \int \frac{\partial \theta_{ij}}{\partial n_j} \cdot dS_j \quad (\text{EQ 5.26})$$

Juntando as equações (7.7) , (7.8) e (7.9) chega-se finalmente à equação fundamental do método dos painéis :

$$\frac{\gamma_{ij}}{2\pi} \cdot \sum_{j=1}^N \int \frac{\partial \theta_{ij}}{\partial n_i} \cdot dS_j - V_{\infty} \cdot \cos(\beta_i) \quad (\text{EQ 5.27})$$

Sendo $i = 1..N$, $j = 1..N$

Note que pode ser montado um sistema linear $N \times N$ onde as incógnitas são os próprios γ_j .

Entretanto devemos ficar atentos à uma segunda condição de contorno, no bordo de fuga do aerofólio, denominada condição de kutta :

No bordo de fuga, o fluido deve comportar-se do seguinte modo :

- 1) A circulação total ao longo do aerofólio deve ser tal que o fluido deixe o bordo de fuga suavemente, sem haver cruzamento das linhas de corrente.
- 2) A velocidade do fluido que sai do extradorso deve ser idêntica à do fluido que sai do intradorso em módulo e direção.

Esta duas leis implicam na igualdade dos vórtices gerados no último painel do intradorso e no último painel do extradorso junto ao bordo de fuga do aerofólio, com mesma intensidade, porém em sentidos contrários.

Logo :

$$\gamma_j = \gamma_{(j+1)} \quad (\text{EQ 5.28})$$

Uma vez resolvido o sistema de equações, basta aplicar o conceito de circulação para obter a sustentação :

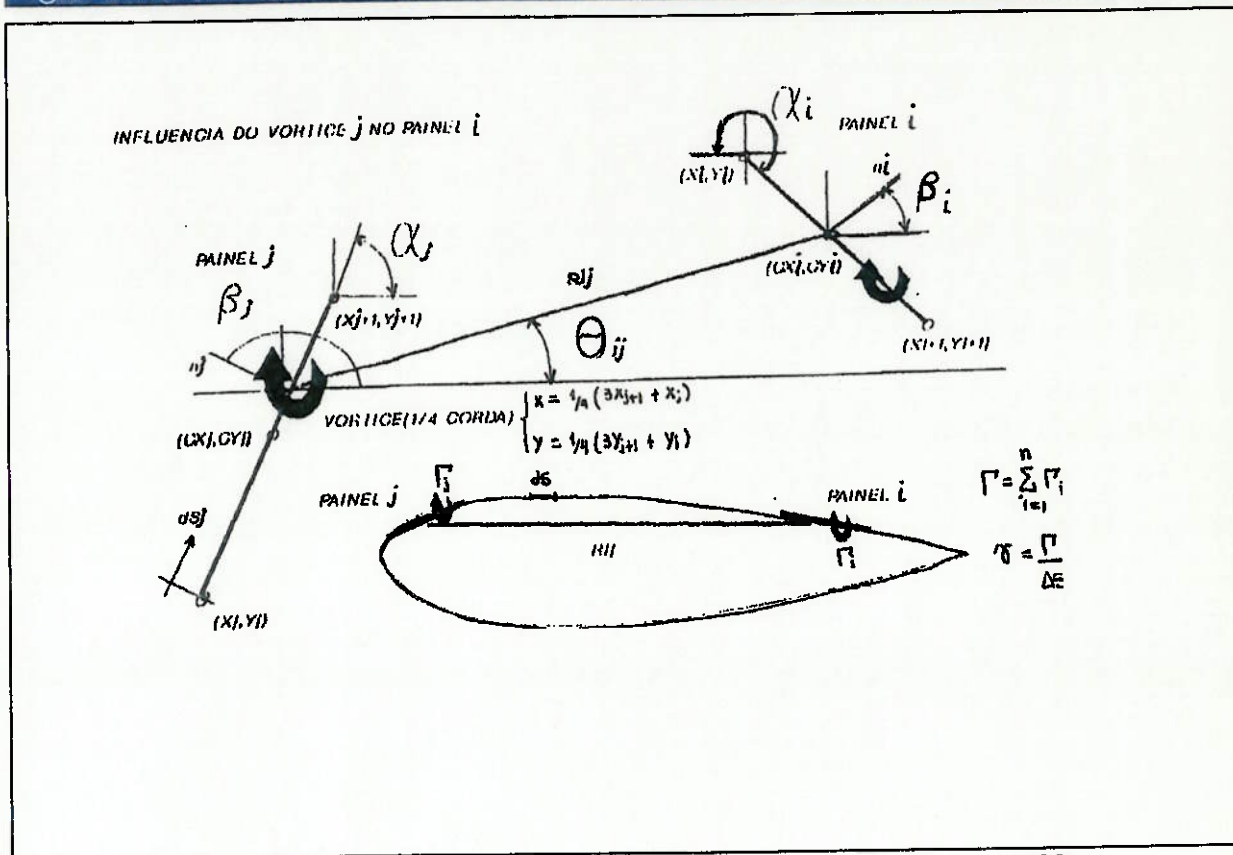
$$L' = \rho_0 \cdot V_0 \cdot \sum_{j=1}^N \gamma_j \cdot S_j$$

ou

$$C_l = \frac{2}{V_0} \cdot \sum_{j=1}^N \gamma_j \cdot S_j$$

(EQ 5.29)

Figura Auxiliar - MÉTODOS DOS PAINÉIS



A partir da figura auxiliar, vamos tentar estimar o valor da integral $\int_S \frac{\partial \theta}{\partial n} dS$, para que possamos construir os coeficientes do sistema linear acima.

Observamos na figura as seguintes relações geométricas :

$$\alpha_{faj} = \arctan \frac{Y(j+1) - Y(j)}{X(j+1) - X(j)} \quad (\text{EQ 5.30})$$

$$\alpha_{fai} = 2\pi - \arctan \frac{Y(i+1) - Y(i)}{X(i+1) - X(i)} \quad (\text{EQ 5.31})$$

$$\beta_i = \alpha_i + \frac{\pi}{2} \quad (\text{EQ 5.32})$$

$$C_{Xj} = \frac{1}{4} (3 \cdot X(j+1) + X_j) \quad (\text{EQ 5.33})$$

$$C_{Yj} = \frac{1}{4} (3 \cdot Y(j+1) + Y_j) \quad (\text{EQ 5.34})$$

$$C_{Xi} = \frac{X(i+1) - X(i)}{2} \quad (\text{EQ 5.35})$$

$$C_{Yi} = \frac{Y(i+1) - Y(i)}{2} \quad (\text{EQ 5.36})$$

$$\frac{\partial X_i}{\partial n_i} = \cos(\beta_i) \quad (\text{EQ 5.37})$$

$$\frac{\partial Y_i}{\partial n_i} = \sin(\beta_i) \quad (\text{EQ 5.38})$$

$$\theta_{ij} = \arctan(u) = \arctan \frac{C_{yi} - C_{yj}}{C_{xi} - C_{xj}} \quad (\text{EQ 5.39})$$

$$\sin(\beta_i) = \cos(\alpha_i) \quad (\text{EQ 5.40})$$

$$\cos(\beta_i) = -\sin(\alpha_i) \quad (\text{EQ 5.41})$$

Sabemos que :

$$\begin{aligned} d\theta &= \left(\frac{d\theta}{dX} \right) \cdot dX + \left(\frac{d\theta}{dY} \right) \cdot dY = \left(\frac{\partial \theta}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial X} \right) dX + \left(\frac{\partial \theta}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial Y} \right) \cdot dY \\ &= \frac{\partial \theta}{\partial u} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial X} \cdot dX + \frac{\partial u}{\partial Y} \cdot dY \right) \end{aligned} \quad (\text{EQ 5.42})$$

mas

$$\frac{\partial \theta}{\partial u} = \frac{\partial(\arctan(u))}{\partial u} = \frac{1}{1+u^2} = \frac{1}{1 + \frac{(CY_i - CY_j)^2}{(CX_i - CX_j)^2}} = \frac{(CX_i - CX_j)^2}{(CX_i - CX_j)^2 + (CY_i - CY_j)^2} \quad (\text{EQ 5.43})$$

$$\frac{\partial u}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial X} \cdot \left(\frac{CY_i - CY_j}{CX_i - CX_j} \right) = - \frac{(CY_i - CY_j)}{(CX_i - CX_j)^2} \quad (\text{EQ 5.44})$$

$$\frac{\partial u}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial Y} \cdot \left(\frac{CY_i - CY_j}{CX_i - CX_j} \right) = - \frac{1}{CX_i - CX_j} \quad (\text{EQ 5.45})$$

e portanto :

$$\begin{aligned} d\theta &= \left(\frac{(CX_i - CX_j)^2}{(CX_i - CX_j)^2 + (CY_i - CY_j)^2} \right) \cdot \left(\frac{-(CY_i - CY_j) \cdot dX + (CX_i - CX_j) \cdot dY}{(CX_i - CX_j)^2} \right) \\ &= \frac{1}{r_{ij}^2} \cdot (-(CY_i - CY_j) \cdot dX + (CX_i - CX_j) \cdot dY) \end{aligned} \quad (\text{EQ 5.46})$$

onde $r_{ij}^2 = (CX_i - CX_j)^2 + (CY_i - CY_j)^2$

que derivando em relação a n_i obtemos :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial n_i} &= \left(\frac{1}{r_{ij}^2} \right) \cdot (-(CY_i - CY_j) \cdot \frac{\partial X_i}{\partial n_i} + (CX_i - CX_j) \cdot \frac{\partial Y_i}{\partial n_i}) \\ &= \left(\frac{1}{r_{ij}^2} \right) \cdot (\sin(\beta_i) \cdot (CX_i - CX_j) - \cos(\beta_i) \cdot (CY_i - CY_j)) \end{aligned} \quad (\text{EQ 5.47})$$

Considere agora a seguinte mudança de variáveis :

$$CX_j = X_j + S_j \cdot \cos(\alpha_j) \quad (\text{EQ 5.48})$$

$$CY_j = Y_j + S_j \cdot \sin(\alpha_j) \quad (\text{EQ 5.49})$$

Onde S_j é a coordenada dos pontos sobre o painel j

Com isto pode-se transformar a função a se integrar em uma relação do tipo quociente de polinômios, do tipo :

$$I_{ij} = \int \frac{\partial \theta}{\partial n} \cdot dS = \int \frac{C \cdot S_j + D}{S_j^2 + 2 \cdot A \cdot S_j + B} \cdot dS_j \quad (\text{EQ 5.50})$$

Com algum esforço algébrico pode-se determinar os coeficientes A, B, C e D :

$$A = -(CX_i - X_j) \cdot \cos(\alpha_j) - (cY_i - Y_j) \cdot \sin(\alpha_j) \quad (\text{EQ 5.51})$$

$$B = -(cX_i - X_i)^2 + (cY_i - Y_j)^2 \quad (\text{EQ 5.52})$$

$$C = -(\sin(\alpha_j) \cdot \sin(\alpha_i) + \cos(\alpha_j) \cdot \cos(\alpha_i)) \quad (\text{EQ 5.53})$$

$$D = (cX_i - X_j) \cdot \cos(\alpha_i) + (cY_i - Y_j) \cdot \sin(\alpha_i) \quad (\text{EQ 5.54})$$

e definimos E como :

$$E = \sqrt{B - A^2} \quad (\text{EQ 5.55})$$

Para a relação acima, a integral apresenta solução analítica da forma :

$$I_{ij} = \frac{C}{2} \cdot \ln(S_j^2 + 2 \cdot A \cdot S_j + B) + \frac{(D - A \cdot C)}{E} \cdot \left(\arctan\left(\frac{S_j + A}{E}\right) - \arctan\left(\frac{A}{E}\right) \right) \quad (\text{EQ 5.56})$$

Finalmente podemos construir o sistema linear acima, calculando todos os coeficientes :

$$\sum_{j=1}^N \left(\sum_{i=1}^N \gamma_j \cdot I_{ij} \right) = -2 \cdot \pi \cdot V_{\infty} \cdot \sin(\alpha_i) \quad (\text{EQ 5.57})$$

mais a condição de kutta.

Obs.: Sendo m o painel do bordo de fuga localizado no intradorso e (m-1) o painel do bordo de fuga localizado no extradorso, aplica-se a condição de kutta na linha m da matriz [I], ou seja :

$$\gamma_m - \gamma_{m-1} = 0$$

CÁLCULO DO ARRASTO

O arrasto medido em um corpo submerso em um escoamento bidimensional é basicamente efeito da viscosidade do fluido e da distribuição de pressões na superfície do corpo.

A influência do atrito entre uma superfície com velocidade nula e um fluido que escoar adjacente a esta superfície tende a criar, junto a esta, uma força que retarde seu movimento. Esta força, considerada por unidade de área é denominada tensão de cisalhamento, que tem direção paralela à superfície. Devido a esta, a velocidade do fluido na superfície é nula e aumenta até o valor da velocidade do fluido ao longe, desenvolvendo-se num perfil crescente de velocidades.

Considere agora que o fluido esteja escoando sobre uma superfície finita qualquer. Suponha que exista um gradiente de pressão sobre esta superfície, gerado pela mudança de forma desta, fazendo com que a velocidade do fluido acima da camada limite mude de direção e intensidade. Suponha que este gradiente faça com que a pressão cresça ao longo da superfície. Devido à existência do efeito de atrito, associada ao aumento da pressão o perfil de velocidades tende a se deformar cada vez mais para o lado da montante da superfície até que em certa posição a velocidade no perfil se anula em algum ponto acima da superfície e muda de sentido, gerando um fluxo reverso. A consequência disto será a separação da camada limite da superfície alterando drasticamente a distribuição de pressões ao longo do perfil, pois o fluido escoará por cima da camada que descolou e não mais acompanhando a forma do corpo.

A ocorrência da separação da camada limite aumenta o arrasto e diminui drasticamente a sustentação de um aerofólio, já que a distribuição de pressões ao longo deste diminui de magnitude. O fenômeno de descolamento acompanhado pela súbita quebra da sustentação é denominado "stall".

Assim, podemos definir dois tipos distintos de arrastos :

- (1) **ARRASTO DE FRICÇÃO :** Provocado pela componente projetada na direção do escoamento ao longe da integral da tensão de cisalhamento ao longo do corpo.
- (2) **ARRASTO DE PRESSÃO ou de FORMA :** Provocado pela componente projetada na direção do escoamento ao longe da integral da distribuição de pressão ao longo do corpo.

Para o escoamento tridimensional em uma asa, além dos arrastos de fricção e pressão ainda existe o arrasto induzido, que depende exclusivamente do aspecto ou alongamento da asa utilizada. Este assunto será elucidado no capítulo de Cálculo de Sustentação em asas.

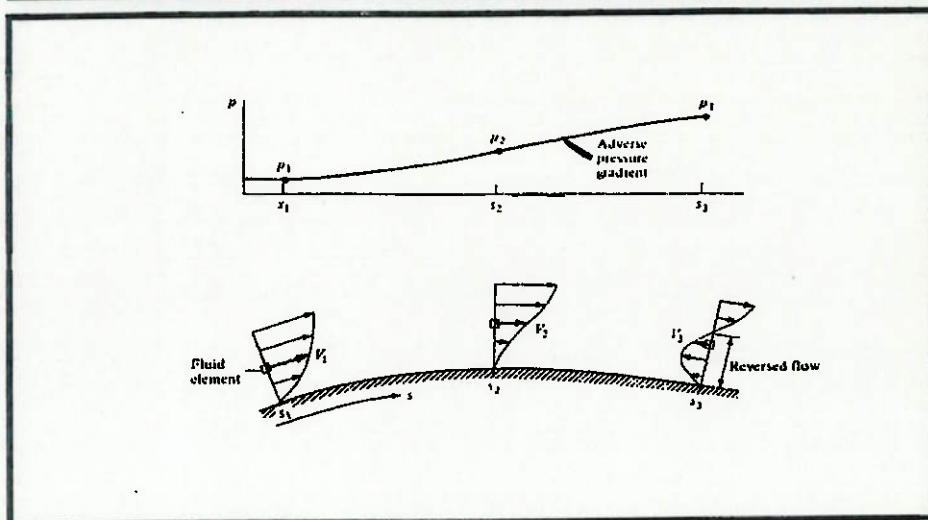
O arrasto de fricção e o arrasto de pressão formam juntos o chamado arrasto de perfil no caso de um aerofólio.

Para o cálculo exato destas grandezas em um perfil cuja superfície não é plana, como em um aerofólio, não existem, ferramentas para seu cálculo analítico. Para isto, utilizaremos neste estudo, apenas um modelo aproximado, cuja solução é bem conhecida para este nível de trabalho : a teoria da camada limite para placas planas.

Assim sendo, considerando que um aerofólio apresenta o seu comprimento de pelo menos dez vezes maior que sua espessura máxima, pode-se considerar que, para efeito de arrasto, este se comporte como uma placa plana de comprimento igual a sua corda.

Apresentaremos a seguir os modelos matemáticos que estimem os dois tipos de arrasto para um aerofólio, considerando que este se comporte como uma placa plana imersa em um escoamento bidimensional.

Figura 9 - Escoamento viscoso com gradiente de pressão

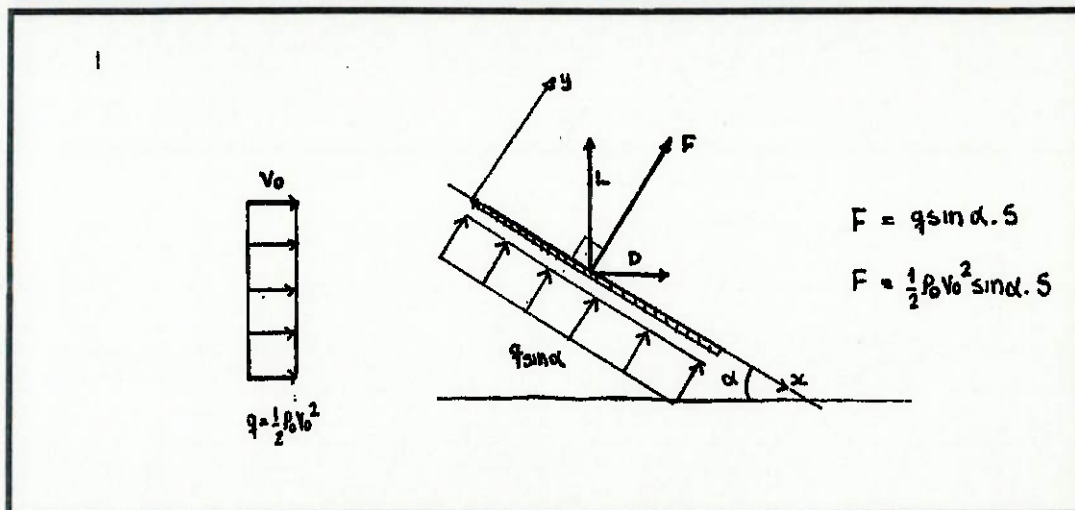


1) ARRASTO DE PRESSÃO ou DE FORMA :

Seja uma placa plana de comprimento c e espessura b , imersa em um escoamento, que ao longe tem perfil de velocidades uniforme com velocidade média v_0 e condições termodinâmicas T_0 e p_0 . A placa forma com a direção da velocidade em longe um ângulo.

Nestas condições, a placa fica sujeita a uma força resultante F provida da interação entre o fluido e esta. A componente de F paralela à velocidade ao longe é denominada arrasto e a componente de F perpendicular à velocidade ao longe é denominada sustentação. (Vide Fig.10)

Figura 10 - Esforços atuantes na chapa devido a pressão total



Obs.: O arrasto de pressão deve-se apenas à interação de forças normais à superfície do corpo, projetadas na direção da velocidade V_o .

O fluido carrega consigo uma energia total expressa pela lei de Bernoulli sob a forma de pressão :

$$p_t = p_o + q = P_o + \frac{1}{2} \rho V^2$$

A força normal à superfície da placa, portanto, pode ser expressa, pela decomposição de forças em :

$$F = q \cdot S \cdot \sin(\alpha) + (P_o \cdot S - P_o \cdot S) \cdot \sin(\alpha) \quad (\text{EQ 5.58})$$

O arrasto é a componente de F na direção de v_o , ou seja :

$$D = F \cdot \sin(\alpha) = q \cdot S \cdot \sin^2(\alpha) = \frac{1}{2} \rho \cdot v_o^2 \cdot b \cdot c \cdot \sin^2(\alpha) \quad (\text{EQ 5.59})$$

Sendo $D' = D/b$ temos que o Coeficiente de Arrasto - C_d , para o aerofólio :

$$C_d = \frac{D}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_0^2 \cdot c \cdot b} = \frac{D'}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_0^2 \cdot c} = \sin^2(\alpha) \quad (\text{EQ 5.60})$$

Considerando o fluido gás perfeito, como é o caso do ar nas condições ISA ($T = 15^\circ\text{C}$ e $p = 101325 \text{ Pa}$), temos :

$$D' = \frac{1}{2} \cdot \frac{p_0}{R \cdot T_0} \cdot v_0^2 \cdot C \cdot \sin^2(\alpha) \quad (\text{EQ 5.61})$$

Percebe-se que o coeficiente de arrasto de pressão só depende da posição da placa em relação ao campo de velocidades uniforme.

2) ARRASTO E FRICÇÃO :

Obs.: Não pretendemos aqui deduzir as equações que governam a camada limite e sim utilizar destas, seus resultados.

Considerando novamente a placa plana em ângulo de ataque, a componente de velocidade paralela à superfície da placa, que inicialmente tem contato com esta à sua montante é :

$$v = v_0 \cdot \cos(\alpha)$$

É esta velocidade inicial que suporemos para a formação da camada limite e não apenas v_0 .

Supondo portanto uma placa plana, de comprimento c e largura unitária, cujo perfil de velocidades ao longe desenvolve-se com velocidade v , temos inicialmente a formação da

camada limite laminar que começa a se desenvolver desde o início da placa até a posição x medida ao longo desta onde o Número de Reynolds vale aproximadamente 5×10^5 .

Para a camada limite laminar, temos pela solução de Blasius, o cálculo exato do coeficiente de arrasto local :

$$C_f = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}} = \frac{0.664}{\sqrt{\frac{\rho O \cdot V O \cdot x}{\mu O}}} \quad (EQ 5.62)$$

que integrando ao longo do comprimento da placa, de 0 a c , obtemos o coeficiente de atrito médio para toda a placa :

$$C_{fmed} = \frac{1}{c} \cdot \int C_f \cdot dX = \frac{1.328}{\sqrt{Re_c}} \quad (EQ 5.63)$$

A partir da posição crítica onde $Re \geq 5 \times 10^5$, as forças viscosas tendem a aumentar e fazer com que a energia seja dissipada também entre as camadas fluidas, tornando o escoamento turbulento. Existe portanto uma pequena faixa de transição onde o escoamento passa de laminar a turbulento. Para efeito de cálculo esta faixa resume-se a próprio ponto X_{crit} . Portanto a partir desta posição pode-se considerar que o escoamento se desenvolva de forma turbulenta.

Para a camada limite turbulenta, o coeficiente de atrito médio é baseado em observações experimentais e vale :

$$C_{fmed} = \frac{0.074c}{Re_c^{\frac{1}{5}}} = \frac{0.074c}{\left(\frac{\rho O \cdot V O \cdot c}{\mu O}\right)^{\frac{1}{5}}} \quad (EQ 5.64)$$

Entretanto não se pode considerar que a partir de X_{crit} o coeficiente de atrito deva valer para o caso turbulento já que a camada limite já se encontrava com espessura desenvolvida de forma laminar. Deve-se compor o coeficiente de atrito médio neste caso, da seguinte forma :

- Uma parcela de C_f laminar até a posição X_{crit} , como se a placa apresentasse este comprimento :

$$\frac{1.328}{\sqrt{Re_{crit}}} = \frac{1.328}{\sqrt{\frac{\rho \cdot v \cdot X_{crit}}{\mu}}}$$

mais

- Uma parcela de C_f como se a camada limite fosse turbulenta em todo o comprimento da placa :

$$\frac{0.074c}{Re^{\frac{1}{5}}}$$

menos

- Uma parcela de C_f como se a camada limite fosse turbulenta até a posição X_{crit} :

$$\frac{0.074X_{crit}}{Re_{crit}^{\frac{1}{5}}}$$

Juntando estes termos podemos chegar à equação :

$$C_f = \frac{1.328}{\sqrt{Re_{crit}}} + \frac{0.0746}{Re^{\frac{1}{5}}} - \frac{0.074X_{crit}}{Re_{crit}^{\frac{1}{5}}}$$

Que reordenada torna-se apenas :

$$C_f = \frac{0.074c}{Re^{\frac{1}{5}}} - \frac{1700}{Re}$$

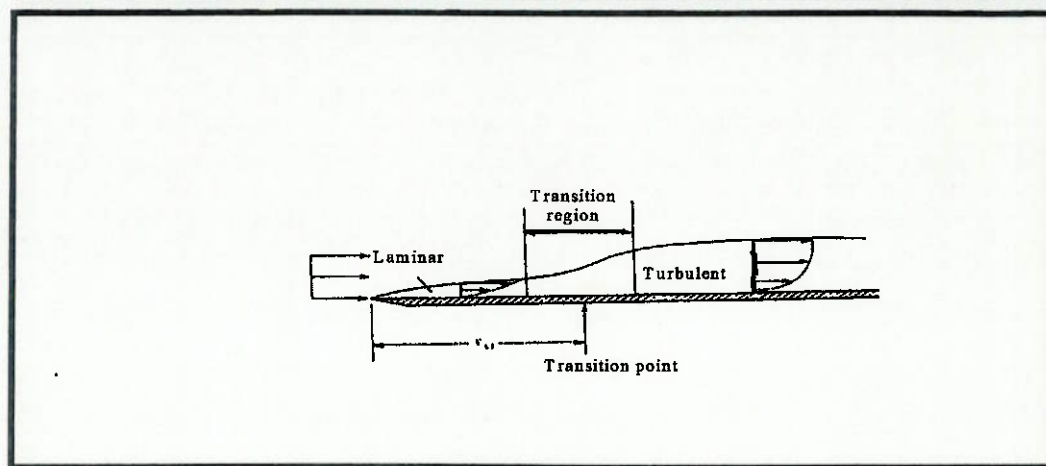
(EQ 5.67)

Para $Re_{crit} = 5 \times 10^5$

$$Re_c = \frac{\rho_0 V_0 C}{\mu_0} \cos \alpha$$

Na (Fig. 10) temos uma ilustração deste efeito :

Figura 10 - Escoamento real para a camada limite em um placa plana



Sendo o coeficiente de arrasto definido segundo a equação e o coeficiente de atrito segundo a equação, temos ainda que :

$$D = \tau \cdot S = \tau \cdot c \cdot b \implies D' = \tau \cdot c$$

portanto, o coeficiente de arrasto de fricção será :

$$C_{df} = \frac{\tau}{\frac{1}{2} \rho_0 V_0^2} = \frac{D'}{\frac{1}{2} \rho_0 V_0^2 C} = C_f$$

Assim sendo , o coeficiente de arrasto total de uma chapa plana submetida a um ângulo de ataque, pode ser modelado por :

$$C_d = C_{df} + C_{dp} = C_f + \sin^2 \alpha$$

(EQ 5.68)

Projetando a tensão de cisalhamento em ambos os lados da placa paralelamente ao escoamento, chega-se finalmente à expressão analítica do coeficiente de arrasto :

$$C_a = \sin^2(\alpha) + 2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \left(\frac{0.074c}{\text{Rec}^{\frac{1}{5}}} - \frac{1700}{\text{Rec}} \right)$$

(EQ 5.69)

$$\text{Para } \text{Rec} = \frac{\rho_o V_o \cos \alpha L C}{\mu_o}$$

Note que se o ângulo de ataque for muito pequeno, C_d é proporcional ao quadrado deste, o que parece coerente já que a curva $C_d \times \text{ALFA}$ é frequentemente modelada por uma parábola. Observa-se que o efeito da camada limite prevalece para ângulos de ataque pequenos. A medida que α aumenta, o arrasto de pressão aumenta muito além do arrasto viscoso. Chegará um ângulo onde o gradiente de pressão ao longo do corpo é tão grande que descolará a camada limite e ocorrerá portanto o stall.

Lembramos novamente que aproximação acima é coerente e verificável experimentalmente para corpos cuja espessura é até cerca de dez vezes menor que seu comprimento ou corda. (basta observar a semelhança entre as curvas de arrasto para o aerofólios NACA).

CÁLCULO DO MOMENTO DE "PITCH"

Além da sustentação e do arrasto, como vimos, existe a grandeza denominada "momento de pitch" atuando no aerofólio para o caso de escoamento bidimensional, gerando pela diferença de posição entre o CG e o CP deste.

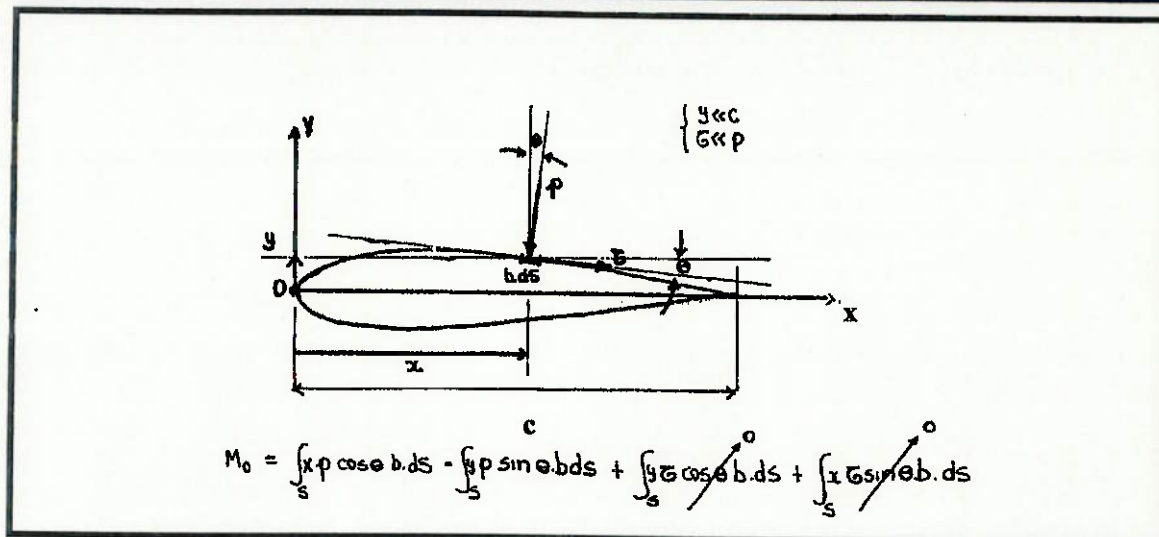
Como vimos na secção II, este momento pode ser determinado simplesmente pelo produto da força de sustentação obtida pela ordenada do centro de pressão. Assim, na verdade, basta determinarmos o centro de pressão do aerofólio, para podermos calcular este momento.

Para determinarmos a posição do centro de pressão, basta como sempre dividir a somatória de momentos em torno da origem (tomada no ponto mais próximo do bordo de ataque) pela somatória de forças atuantes da superfície do aerofólio. Como vimos, nesta podem atuar dois tipos de esforços como resultado da interação com o fluido : tensões de cisalhamento, paralelas à superfícies e pressões normais à superfícies.

Apenas para efeito de cálculo de momentos, podemos considerar que a ordem de grandeza da tensão de cisalhamento local atuando em um elemento de área é muito menor que a pressão atuando sobre este. Além do mais, no caso de aerofólios, o braço de momento entre o ponto de aplicação da força provocada pela tensão de cisalhamento e a origem é muito pequeno devido à espessura delgada do aerofólio. Assim, consideramos apenas a componente perpendicular a direção do escoamento ao longe da pressão em um ponto para efeito de cálculo do centro de pressão. (ver fig. 11)

Deste modo desprezamos os efeitos da tensão de cisalhamento ao longo da superfície do aerofólio, só nos preocupando com a componente da pressão perpendicular ao eixo x.

Figura 11 - Elementos para o cálculo do centro de pressão



Desta forma, o momento em relação à origem, da força normal originada pela pressão em um ponto da superfície será (apenas) :

$$dM = p.(x.\cos(\theta) - y.\sin(\theta)).dS \quad (\text{EQ 5.70})$$

onde (θ) = Ângulo que p faz com a direção $X \perp$ (ou Y)

Sendo $X_{cp} = M/F$, temos ,integrando dF e dM :

$$X_{cp} = \frac{\int (x.p.\cos(\theta) - y.p.\sin(\theta))dS}{\int (p.\cos(\theta) - p.\sin(\theta))dS} \quad (\text{EQ 5.71})$$

Basta portanto sabermos a distribuição de p a longo da superfície do aerofólio.

Como definimos no capítulo III, p pode ser escrito em termos de C_p local como :

$$p = p_0 + c_p.q$$

Onde $c_p = 1 - \left(\frac{V}{V_0}\right)^2$, que é função da velocidade em cada ponto.

Considere agora uma curva retangular fechando-se sobre uma superfície qualquer, que contenha uma malha de vórtices de comprimento dS (fig. 12)

Sejam as componentes de velocidades tangenciais na superfície superior e inferior da curva retangular u_1 e u_2 , respectivamente e as componentes de velocidade tangenciais nos lados direito e esquerdo da curva v_1 e v_2 respectivamente. O retângulo tem altura dn . Da definição de circulação em torno da superfície temos :

$$d\Gamma = -(v_2 \cdot dn - u_1 \cdot ds - v_1 \cdot dn + u_2 \cdot ds) = \gamma \cdot ds$$

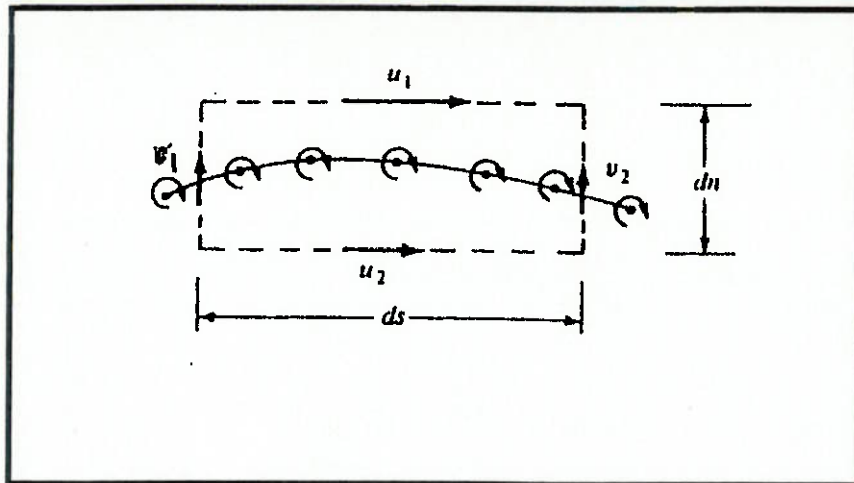
(EQ 5.72)

Se $dn \rightarrow 0$, no limite u_1 e u_2 tornam-se velocidades tangenciais à malha de vórtices e portanto :

$$\gamma = (u_1 - u_2) \cdot ds$$

(EQ 5.73)

Figura 12 - Velocidades tangenciais através de uma malha de vórtices de comprimento infinitesimal.



No caso do aerofólio, $u_2 = 0$, pois o bordo inferior do retângulo estaria fisicamente dentro do aerofólio onde não há escoamento, logo :

A velocidade tangencial local em um ponto tem valor idêntico, no limite ao valor da circulação por unidade de comprimento local.

Esta conclusão é muito importante, pois se utilizarmos o método dos painéis para determinar os valores locais da circulação por unidades de comprimento, estaremos determinando o valor da velocidade tangencial média em cada painel e portanto o valor de C_p .

$$C_{pj} = 1 - \left(\frac{V_j}{V_O}\right)^2 = 1 - \left(\frac{\gamma_j}{V_O}\right)^2 \quad (\text{EQ 5.74})$$

$$\text{e assim, } P_j = p_0 + C_{pj} \cdot q$$

Discretizando a equação 5.71 para n painéis finalmente podemos calcular X_{CP} numericamente como :

$$X_{cp} = \frac{\sum (p_0 + (1 - (\frac{\gamma_j}{V_O})^2) \cdot (\frac{1}{2} \cdot p \cdot v_o^2)) \cdot (x_j \cdot \cos(\theta_j) - y_j \cdot \sin(\theta_j)) \cdot S_j}{\sum (p_0 + (\frac{\gamma_j}{V_O})^2) \cdot (\frac{1}{2} \cdot p \cdot v_o^2) \cdot (\cos(\theta_j) - \sin(\theta_j)) \cdot S_j}$$

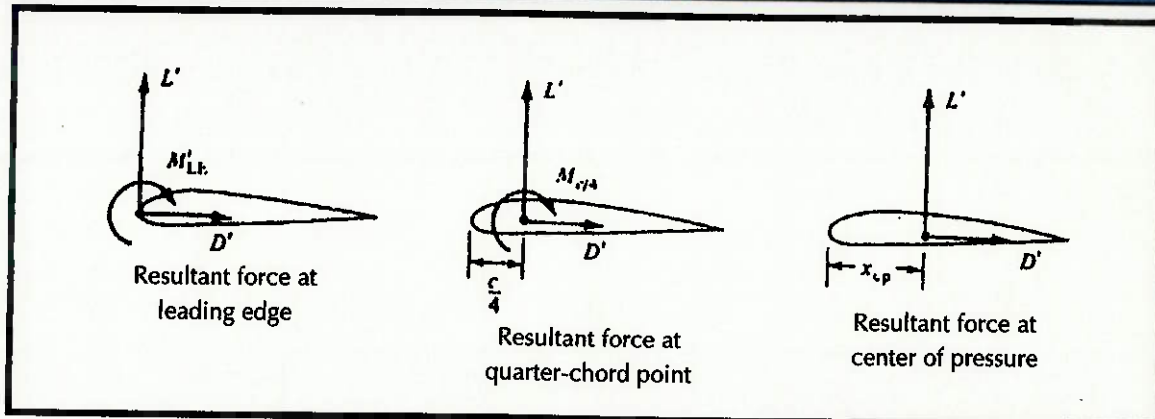
$$S_j = \sqrt{(X_j - X_{j+1})^2 + (Y_j - Y_{j+1})^2} \quad \text{e } \theta_j = \tan^{-1} \frac{Y_{j+1} - Y_j}{X_{j+1} - X_j}$$

e assim

$$M' = -X_{cp} \cdot L' = P_0 V_O \sum_{j=1}^N \gamma_j \frac{\sum_{j=1}^N ((P_0 + (1 - (\frac{\gamma_j}{V_O})^2) \cdot (\frac{1}{2} \cdot P_0 \cdot v_o^2)) \cdot (x_j \cdot \cos(\theta_j) - y_j \cdot \sin(\theta_j))) \cdot S_j}{\sum_{j=1}^N ((P_0 + (\frac{\gamma_j}{V_O})^2) \cdot (\frac{1}{2} \cdot P \cdot V_O^2) \cdot (\cos(\theta_j) - \sin(\theta_j))) \cdot S_j} \quad (\text{EQ 5.76})$$

É interessante observar que o centro de pressão sempre situa-se próximo à região de 25% do comprimento da corda do aerofólio, por mais diferente que seja o valor da sustentação gerada (exceto em caso de sustentação nula, pois $x_{cp} \rightarrow -\infty$). É por isso que vários autores preferem tomar como origem de momentos a posição $c/4$ e não a origem convencional no bordo de ataque : além de ser conveniente matematicamente, pois com $L=0$, X_{cp} não tende a $-\infty$, a posição deste é muito melhor expressa em termos das variações em relação a $c/4$.

Figura 13 - Momentos aerodinâmicos



Pela figura 13 temos em relação ao quarto de corda :

$$M'_{c/4} = M' + L' \cdot (c/4)$$

e portanto :

$$Cm(c/4) = \frac{1}{\frac{1}{2} \rho_0 V_0^2 C^2} \left[\left(\frac{c}{4} - X_{cp} \right) \cdot L' \right] = \frac{\rho_0 V_0}{\frac{1}{2} \rho_0 V_0^2 c^2} \left[\left(\frac{c}{4} - X_{cp} \right) \sum_{j=1}^N j S_j \right]$$

$$Cm_{\frac{c}{4}} = \left(\frac{2}{V_0 c^2} \sum_{j=1}^N \gamma_j S_j \right) \left[\frac{c}{4} - \frac{\sum_{j=1}^N \left(\rho_0 + \left(1 - \left(\frac{\gamma_j}{V_0} \right)^2 \right) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \rho_0 \cdot v_0^2 \right) \cdot (x_j \cdot \cos \theta_j - y_j \cdot \sin(\theta_j)) \cdot S_j}{\sum_{j=1}^N \left(\rho_0 + \left(1 - \left(\frac{\gamma_j}{V_0} \right)^2 \right) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \rho_0 \cdot V_0^2 \right) \cdot (\cos \theta_j - \sin(\theta_j)) \cdot S_j} \right] \right.$$

(EQ 5.77)

Desenvolvidos os modelos matemáticos para o escoamento bidimensional em aerofólios, passemos agora à análise do escoamento tridimensional em asas finitas.

VI. CÁLCULO DE SUSTENTAÇÃO, ARRASTO E MOMENTOS EM ASAS FINITAS :

(1) Introdução :

O escoamento bidimensional em torno de uma secção de asa pode ser determinado utilizando-se da função potencial de velocidades e da teoria da camada limite para chapas planas. A partir daí podemos determinar os coeficientes C_l , C_d , C_m e C_p como comportamentos locais, em termos do ângulo de ataque α .

Entretanto, se considerarmos este perfil como uma “fatia” de asa, não poderemos simplesmente utilizar-se dos mesmos coeficientes para calcular L , D e M . É errado pensar que multiplicando L' , D' e M' pela envergadura da asa obteremos L , D e M reais para a asa. Isto se deve principalmente devido as condições de contorno na ponta da asa, pois onde esta termina não há a geração e qualquer esforço aerodinâmico já que lá não existe asa.

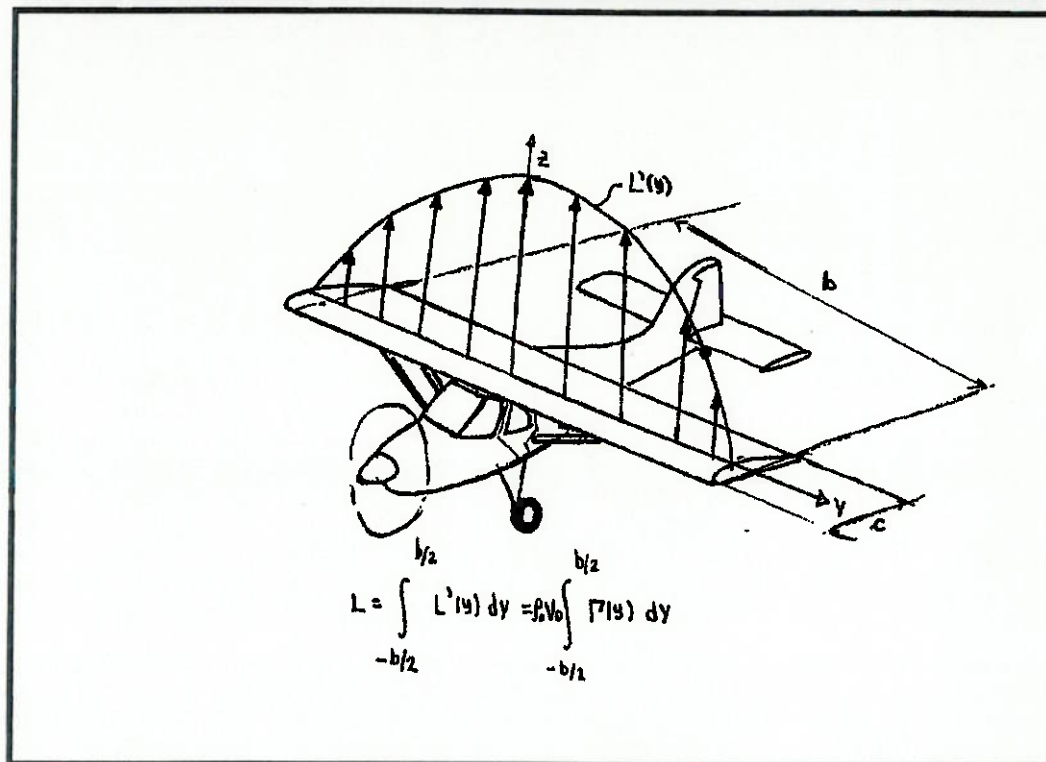
A primeira conclusão importante é a variação do perfil de sustentações ao longo da envergadura da asa. Não se pode considerar que a sustentação se comporte de maneira uniforme ao longo desta, já que nas pontas não existe a geração de sustentação.

Intuitivamente podemos deduzir que a sustentação deva crescer na direção à raiz da asa, ou sua corda central, começando em zero e terminando num valor bem próximo ao previsto pelo tipo aerofólio se compõe esta asa (supondo que é utilizado o mesmo perfil tipo de aerofólio ao longo de toda a envergadura).

Se considerarmos que a asa seja do tipo semi-cantilever, ou seja que a asa seja interiça e nenhuma fuselagem divida esta em duas, o perfil de sustentação se assemelhará muito à uma elipse, começando com zero nas pontas e atingindo valor máximo na corda central.

Em asas divididas por uma fuselagem (cantlever), a sustentação atinge o máximo até bem próximo da raiz e apresenta uma suave queda até a linha central da fuselagem. Isso se deve ao fato da fuselagem interferir negativamente no perfil de sustentações, deformando-o, pois o gradiente de pressão ao longo da fuselagem é completamente diferente do provocado pelo aerofólio. A fuselagem induz muito pouca sustentação e funciona como condição de contorno adversa para o escoamento, aumentando inclusive o arrasto de fricção e de forma. (ver fig. 14).

Figura 14 - Distribuição da sustentação em uma asa finita ao longo de sua envergadura (asa semi-cantlever)



Definitivamente pode-se concluir que os valores de C_l e C_d não são iguais, no caso de uma asa finita, aos previstos para o mesmo aerofólio utilizado nesta asa, provocados principalmente pela descontinuidade na ponta da asa, que faz surgir vórtices induzidos.

Para podermos avaliar os valores corretos de C_l e C_d , utilizaremos mais algumas ferramentas matemáticas. Para isto desenvolveremos um método de cálculo utilizando-se da linha de sustentação de prandtl baseada na teoria dos filamentos de vórtices.

Apenas por questão de anotação, utilizaremos letras maiúsculas para se referir aos coeficientes aerodinâmicos de um asa (C_L , C_D , C_M , etc..) e letras minúsculas para se referir a coeficientes aerodinâmicos de aerofólios (C_l , C_d , C_m ,..)

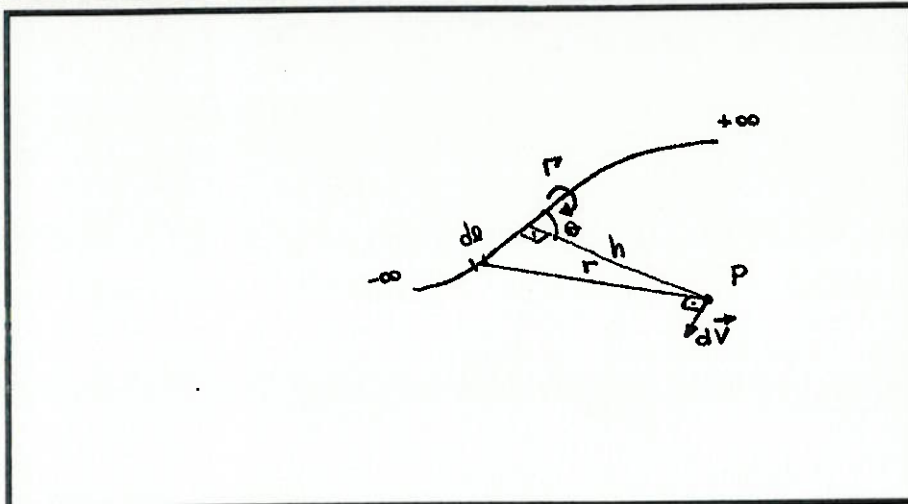
CÁLCULO DA SUSTENTAÇÃO EM ASAS FINITAS

Para iniciar a análise da SUSTENTAÇÃO em asas finitas, é necessário introduzir outras ferramentas matemáticas.

1) LEI DE BIOT-SAVAT APLICADA A FILAMENTOS DE VÓRTICES :

Dados : um vórtice com intensidade Γ , cujo filamento estende-se de $-\infty$ a $+\infty$ no espaço, e um ponto P situado em qualquer local fora deste filamento.

Figura 17 - Filamento de Vórtice



O filamento induzirá um campo de velocidade ao longo de todo o espaço inclusive localmente no ponto P. Considerando o comprimento infinitesimal dl tomado sobre o filamento e o raio vetor r orientado do ponto médio de dl até o ponto P, a velocidade induzida em P pelo filamento de vórtice com intensidade Γ será :

$$\vec{dV} = \frac{\Gamma}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

(EQ 6.1)

Que, analogamente às teorias do eletromagnetismo, denomina-se Lei de Biot - Savat.

Integrando a equação acima temos :

$$\vec{V} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{4 \cdot \pi}{\Gamma} \cdot \frac{\vec{dl} \times \vec{r}}{r^3}$$

sendo :

$$dr = -\frac{h}{\sin^2(\theta)} \cdot d(\theta)$$

$$r = \frac{h}{\sin(\theta)}$$

$$l = \frac{h}{\operatorname{tg}(\theta)}$$

onde h é a menor distância ente P e o filamento.

Temos finalmente que : (tomando V em módulo)

$$|V| = \frac{\Gamma}{4 \cdot \pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(\theta)}{r^2} \cdot dl = -\frac{\Gamma}{4 \cdot \pi \cdot h} \cdot \int_0^\pi \sin(\theta) \cdot d(\theta) = \frac{\Gamma}{2 \cdot \pi \cdot h}$$

onde $\vec{v} \quad \vec{h}$

(EQ 6.2)

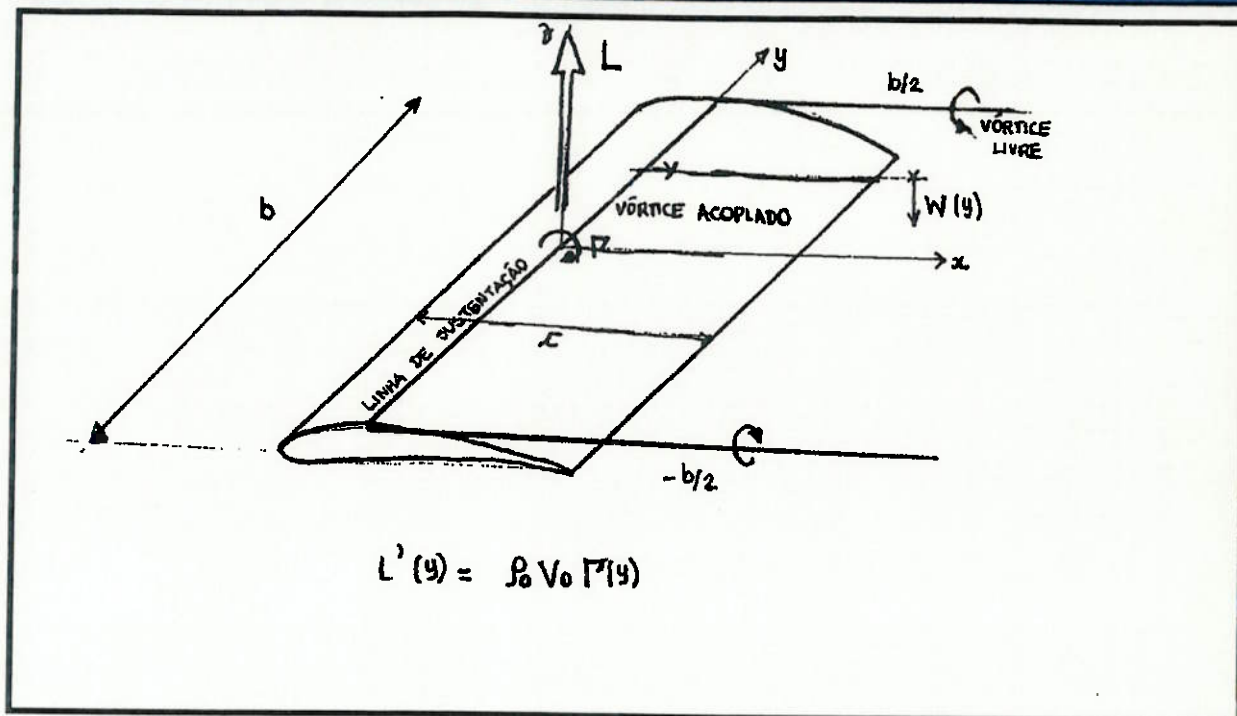
O que coincide com o resultado obtido pela teoria do vórtice ideal.

Observe que a velocidade induzida é constante em uma dada distância do filamento ao longo de todo o espaço. Esta conclusão é muito importante para o desenvolvimento da teoria de linha de sustentação.

2) LINHA DE SUSTENTAÇÃO DE PRANDTL :

Suponha que exista uma asa com forma retangular de envergadura b e corda c (a corda não varia ao longo da envergadura). Esta asa produz uma sustentação L induzida por vórtice Γ , segundo o teorema de Kutta-Joukovsky. Este vórtice está associado à asa através de um filamento que acompanha sua envergadura. Entretanto, como um filamento de vórtice não pode acabar de modo finito (nas pontas da asa), quando na posição $y=b/2$ e $y=-b/2$ este continua ao longo do espaço, dobrando-se e acompanhado a direção x até o infinito. Ao longo de toda a asa, o filamento de vórtice assume um formato semelhante ao de uma ferradura. A asa portanto pode ser substituída, para efeito de modelagem matemática, pelo vórtice acoplado (ao longo da direção y) e pelos vórtices livres nas duas pontas (ao longo da direção x). Note que todos estes apresentam a mesma intensidade Γ .

Figura 18 - VÓRTICES ACOPLADOS e VÓRTICES LIVRES.
(HORSE SHOE VORTEX)



Vamos calcular a velocidade induzida pelos vórtices livres “downwash”, ou seja, a velocidade induzida na direção z em uma posição y qualquer entre $b/2$ e $-b/2$, utilizando-se da lei de Biot-Savat :

O vórtice direito produzirá :

$$V_d = - \frac{\Gamma}{4 \cdot \pi \cdot (\frac{b}{2} + y)}$$

O vórtice esquerdo produzirá :

$$V_e = - \frac{\Gamma}{4 \cdot \pi \cdot (\frac{b}{2} - y)}$$

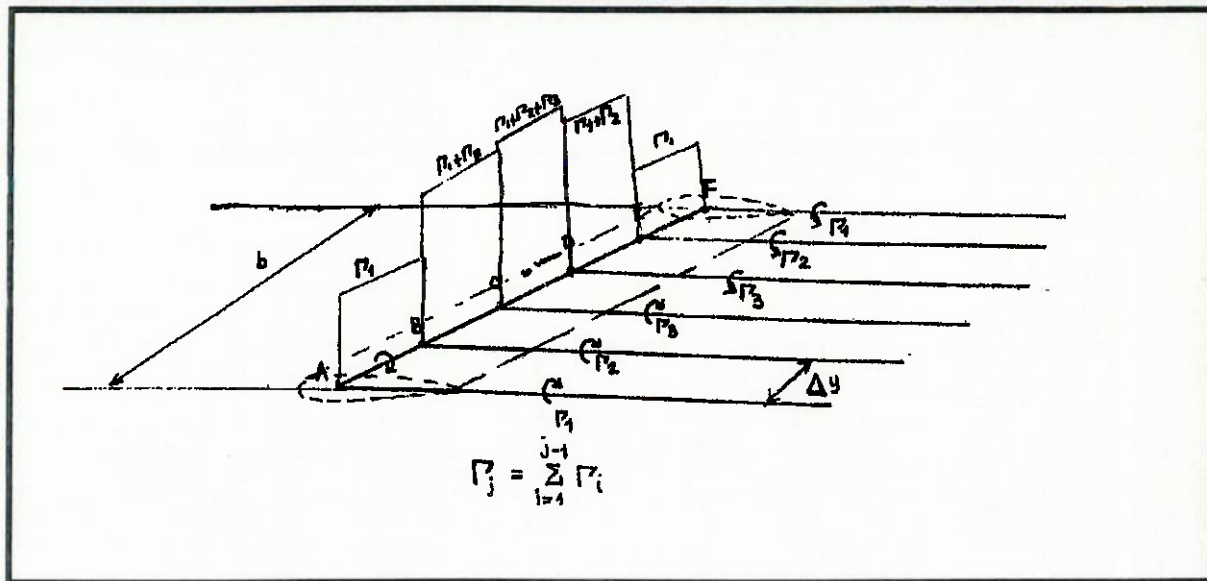
O “downwash” total será portanto :

$$W(y) = -\frac{\Gamma}{4} \cdot \pi \cdot \frac{b}{\frac{b^2}{4} - y^2} \quad (\text{EQ 6.3})$$

Note que nas posições $y = b/2$ e $y = -b/2$ $W = -\infty$ o que não condiz com a realidade, já que nestas posições do downwash deve assumir valor finito. Devemos portanto aprimorar este modelamento.

Consideremos não apenas um único filamento em forma de ferradura, mas inúmeros, cujos vórtices acoplados localizam-se ao longo de uma linha, denominada linha de sustentação, de modo que somados totalizam a circulação total da asa. Todos estes vórtices agora influenciam conjuntamente no cálculo da velocidade induzida em um ponto do espaço. Se a cada vórtice acoplado for associado um trecho δy da asa, teremos como resultado a distribuição de circulação variável ao longo da envergadura da asa onde o máximo encontra-se exatamente no ponto médio desta ($y=0$), pois ao longo desta ordenada a velocidade induzida recebe influência simétrica de todos os vórtices acoplados. (Veja a fig. 19) :

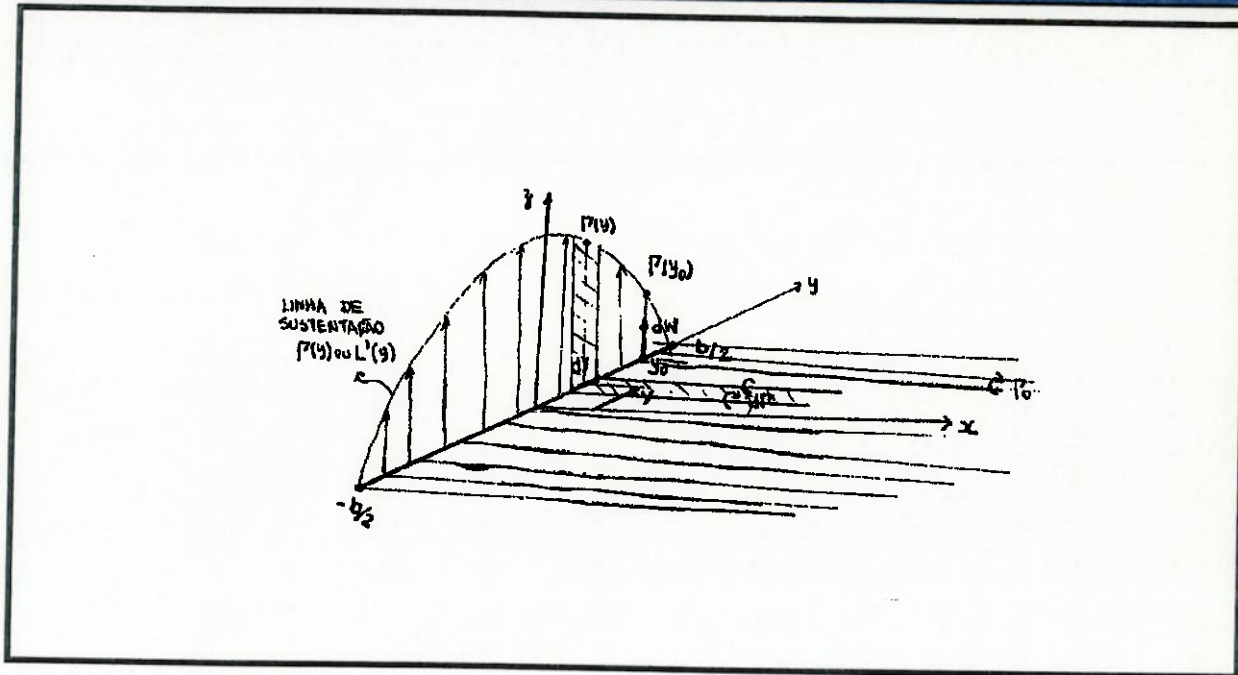
Figura 19 - Superposição de todos os vórtices acoplados



Note que a influência dos vórtices ao longo de cada ordenada y é variável. Por exemplo, no trecho AB, só existe a influência do vórtice Γ_1 . No trecho BC já temos agindo conjuntamente Γ_1 e Γ_2 , e assim por diante.

Supondo agora que os comprimentos Δy tendam a zero, transformando-se em comprimentos elementares dy , teremos um número infinito de sistemas de vórtices em ferradura atuando ao mesmo tempo na asa.

Figura 20 - Composição de infinitos vórtices acoplados na asa



Seja uma posição y_0 de referência ao longo da linha de sustentação. Em y_0 , existe a influência de cada elemento de vórtice $d\Gamma$ associado a cada dy . A velocidade elementar induzida na posição y_0 será portanto :

$$dW = -\frac{d\Gamma}{4\pi(y_0 - y)} = -\frac{\left(\frac{\partial \Gamma}{\partial y}\right) dy}{4\pi(y_0 - y)} \quad (\text{EQ 6.4})$$

Considerando que Γ varia também ao longo de y , podemos rescrever e integrar a equação acima da forma :

$$W(y_0) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\left(\frac{\partial \Gamma}{\partial y}\right)}{(y_0 - y)} dy \quad (\text{EQ 6.5})$$

Assim, para podermos calcular o "downwash" é necessário conhecermos a distribuição de Γ ao longo de y .

A partir de Eq 6.5 podemos avaliar uma série de relações.

O ângulo de ataque induzido é dado pela relação :

$$\alpha_i = \arctan \frac{-W(yO)}{VO} \approx \frac{-W(yO)}{VO}$$

(EQ 6.6)

(Para ângulos de ataque pequenos)

Portanto o ângulo e ataque efetivo pode ser escrito como :

$$\alpha_{eff} = \alpha - \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot v_o} \cdot \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{\left(\frac{\partial \Gamma}{\partial y}\right)}{yO - y} \cdot dy$$

(EQ 6.7)

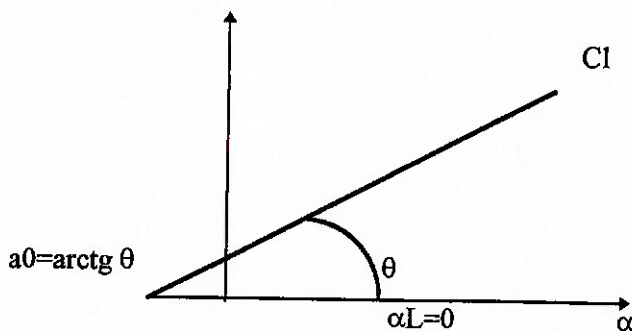
Outra relação importante é a do C_l :

Localmente, na secção yO

$$\text{Sabemos que : } L' = \frac{1}{2} \cdot \rho O \cdot VO^2 \cdot c(yO) \cdot C_l = \rho O \cdot VO \cdot \Gamma(yO)$$

$$\text{e portanto : } C_l(yO) = \frac{2 \cdot \Gamma(yO)}{VO \cdot c(yO)}$$

Experimentalmente verifica-se que C_l obedece a uma relação quase linear com o ângulo de ataque do tipo :



$$c_l = a_0 \cdot (\alpha_{eff}(y_0) - \alpha(L=0))$$

(EQ 6.8)

O valor de α_0 para chapas planas é 2π . Se considerarmos que o aerofólio utilizado tem espessura pequena (no máximo $0.1c$), como é o caso de 90% dos aerofólios utilizados em aeronaves subsônicas (perfis NACA por exemplo), podemos considerar e verificar experimentalmente que o valor de α_0 é muito próximo de 2π ($\alpha_0 \cong 6,3$).

Assim, juntando as equações (6.6), (6.7) e (6.8), chegamos à equação fundamental da linha de sustentação :

$$\alpha(y_0) = \frac{\Gamma(y_0)}{\pi \cdot V_0 \cdot c(y_0)} + \alpha_0 + \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot V_0} \cdot \int \frac{\frac{\partial \Gamma}{\partial y}}{y_0 - y} dy \quad (\text{EQ 6.9})$$

Note que sua única incógnita é a distribuição $\Gamma(y)$, porém esta se encontra ainda sob forma algébrica imprópria. Devemos portanto desenvolver um método que permita seu cálculo de maneira direta ou resolve-la numericamente. Se conhecermos $\Gamma(y)$, teremos também:

$$L = p_0 \cdot V_0 \cdot \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) \cdot dY$$

$$CL = \frac{L}{q \cdot S} = \frac{2}{V_0 \cdot S} \cdot \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) \cdot dY$$

ou discretizado

$$L = p_0 V_0 \cdot \sum_{i=1}^N \Gamma_i \cdot \Delta Y \quad (\text{EQ 6.10})$$

$$CL = \frac{2}{V_0 S} \sum_{i=1}^N \Gamma_i \cdot \Delta Y \quad (\text{EQ 6.11})$$

$$\text{para } \Delta y = \frac{b/2}{N} \quad N = \text{Número de estações da ASA escolhidas para a discretização.}$$

$S = \text{Área da Asa} = b \cdot c$ (retangular)

e também o arrasto induzido :

$$D_i + \int_{-b/2}^{b/2} L'(y) \cdot \alpha_i(y) \cdot dy = p \cdot V_0 \cdot \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) \cdot \alpha_i(y) \cdot dy \quad (\text{EQ 6.12})$$

$$CD_i = \frac{D_i}{q \cdot S} = \frac{2}{V_0 \cdot S} \cdot \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) \cdot \alpha_i(y) \cdot dy \quad (\text{EQ 6.13})$$

A primeira aproximação para resolver a equação da linha de sustentação seria aproximar-se $\Gamma(y)$ por um perfil conhecido e a partir daí obter-se as características geométricas da asa. Para efeito de ilustração consideraremos inicialmente uma distribuição elíptica da circulação (ou sustentação), pois o perfil suposto assemelha-se muito com esta curva. Os resultados obtidos com isto são surpreendentes e servirão como base comparativa para desenvolvermos a teoria genérica da asa e sua posterior construção prática.

A seguir, faremos o caminho inverso, dada uma geometria (envergadura, perfil utilizado, torção e corda), calcularemos o perfil de sustentações através de aproximações em séries de Fourier, pois o aspecto da distribuição também lembra uma senóide.

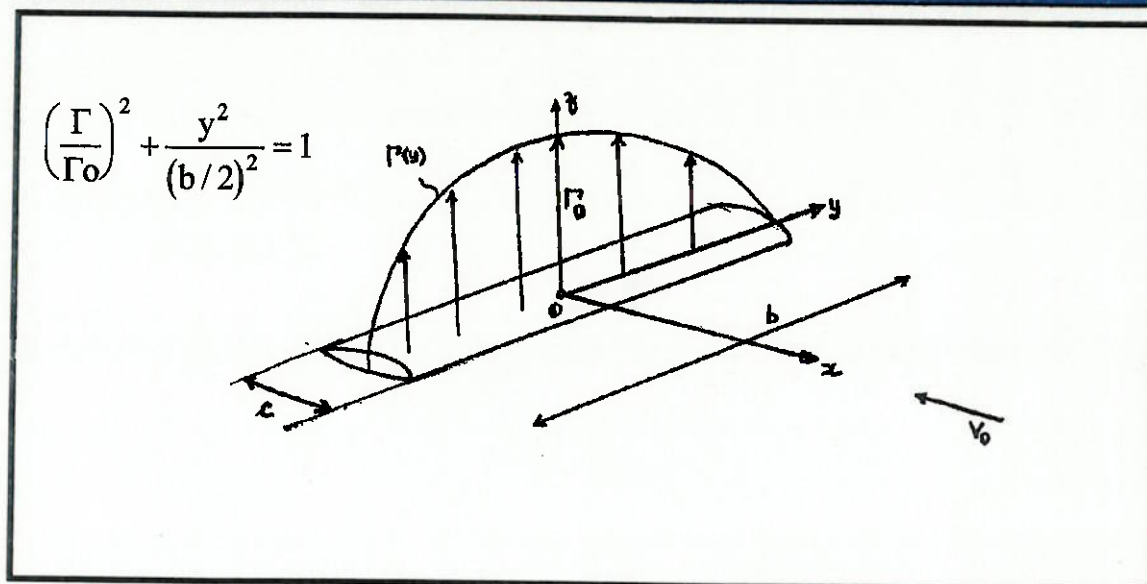
3) DISTRIBUIÇÃO ELÍPTICA DE SUSTENTAÇÃO / CIRCULAÇÃO :

Considere um carregamento elíptico de circulação ao longo de uma asa com envergadura b e com corda $c=c(y)$ variável ao longo desta, sendo que :

- a) Nas pontas, onde $y = b/2$ e $y = -b/2 \Rightarrow \Gamma(y) = 0$
- b) No ponto médio, onde $y = 0 \Rightarrow \Gamma(y) = \Gamma_0$

Γ_0 é aproximadamente a circulação prevista pelo aerofólio em escoamento bidimensional, já que nesta posição a influência dos vórtices de ambas as extremidades se anula, dada a simetria da asa.

Figura 21 - Distribuição elíptica de sustentações :



logo, $\Gamma(y)$ obedecerá a seguinte equação :

$$\Gamma = \Gamma_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{4 \cdot y^2}{b^2}} \quad (\text{EQ 6.13})$$

e portanto

$$L'(y) = \rho \cdot v_0 \cdot \Gamma_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{4 \cdot y^2}{b^2}} \quad (\text{EQ 6.14})$$

Integrando a equação (6.14) podemos calcular a sustentação total gerada pela asa.

$$L = \rho O \cdot v O \cdot \Gamma O \cdot \int_{-b/2}^{b/2} \sqrt{1 - \frac{4 \cdot y^2}{b^2}} \cdot dY \quad (\text{EQ 6.15})$$

Derivando $\Gamma(y)$ em relação a y podemos calcular em seguida o "downwash" induzido em cada ponto y_0 ao longo da linha de sustentação :

$$W(y_0) = \frac{\Gamma O}{\pi \cdot b^2} \cdot \int_{-b/2}^{b/2} \frac{y}{\left(1 - \frac{4 \cdot y^2}{b^2}\right) \cdot (y_0 \cdot y)} \cdot dY$$

Para resolver esta integral é necessário fazer a seguinte mudança de variáveis :

$$y = \frac{b}{2} \cos(\theta) \quad \text{onde} \quad 0 \leq \theta \leq \pi$$

Substituindo na equação acima :

$$W(\theta_0) = - \frac{\Gamma O}{2 \cdot \pi \cdot b} \cdot \int_0^\pi \frac{\cos(\theta)}{\cos(\theta) - \cos(\theta_0)} \cdot d\theta$$

De qualquer tabela de integrais obtemos :

$$\int_0^\pi \frac{\cos(\theta)}{\cos(\theta) - \cos(\theta_0)} \cdot d\theta = \pi$$

E finalmente calcula -se :

$$W(\theta_0) = W(y_0) = \text{CTE} = - \frac{\Gamma O}{2 \cdot b}$$

(EQ 6.16)

Temos, pois, um resultado surpreendente :

O downwash é constante para uma distribuição elíptica de sustentação.

Note que W varia inversamente com a envergadura da asa, ou seja quanto mais longa esta for, menor a intensidade do downwash. Como vimos, o downwash é diretamente proporcional ao arrasto induzido e portanto, o arrasto induzido tende a zero com aumento da envergadura de uma asa. Fisicamente observamos que quanto mais longe as pontas estiverem da secção média ($y = 0$), menor a influência dos vórtices livres no perfil de circulações e portanto menos distorcido este ficará, se aproximando cada vez mais com uma distribuição uniforme de sustentações. Se $L' = \text{cte}$ ao longo de toda a asa podemos concluir que, para asas de envergadura infinita (muito grande) :

$$L \rightarrow L', b$$

$$\text{e portanto : } CL \rightarrow C1$$

Também pela teoria da Linha de Sustentação de Prandtl, podemos observar que W cresce em direção às pontas de um asa genérica, tendendo a valores bem grandes, pois a medida que nos aproximamos destas a influência dos vórtices livres é mais sentida. Se, numa asa elíptica, o downwash é constante, logo podemos concluir que este só pode ser mínimo neste tipo de carregamento. Sendo o arrasto induzido local diretamente proporcional ao downwash local, concluímos que este é o mínimo possível para uma asa elíptica com uma dada envergadura b .

Pode-se obter outros resultados, tais como :

$$\alpha_i = -\frac{W}{V_0} = \frac{\Gamma_0}{2 \cdot b \cdot V_0} \quad (\text{EQ 6.17})$$

$$L = \rho \cdot V_0 \cdot \Gamma_0 \int_0^\pi \sin^2(\theta) \cdot d\theta = \rho \cdot V_0 \cdot \Gamma_0 \cdot b \cdot \frac{\pi}{4} \quad (\text{EQ 6.18})$$

isolando Γ_0 temos :

$$\Gamma O = \frac{4.L}{pO.VO.b.\pi} = \frac{2.VO.S.CL}{b.\pi} \quad (\text{EQ 6.19})$$

Substituindo na equação (6.17) temos :

$$\alpha i = \frac{2.VO.S.CL}{b.\pi} \cdot \frac{1}{2.b.VO} = \frac{S.CL}{\pi.b^2} = \frac{CL}{\pi.AR} \quad \text{onde } AR = \frac{b^2}{S} \quad (\text{EQ 6.20})$$

Calculando o arrasto induzindo temos :

$$CDi = \frac{2.\alpha i}{VO.S} \cdot \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y).dy = \frac{2.\alpha i.\Gamma O.b}{VO.S.2} \int_0^{\pi} \sin^2(\theta).d\theta = \frac{\pi.\alpha i.b.\Gamma O}{2.VO.S} \quad (\text{EQ 6.21})$$

Juntado as equações (6.20) e (6.21) finalmente chega-se à importante equação :

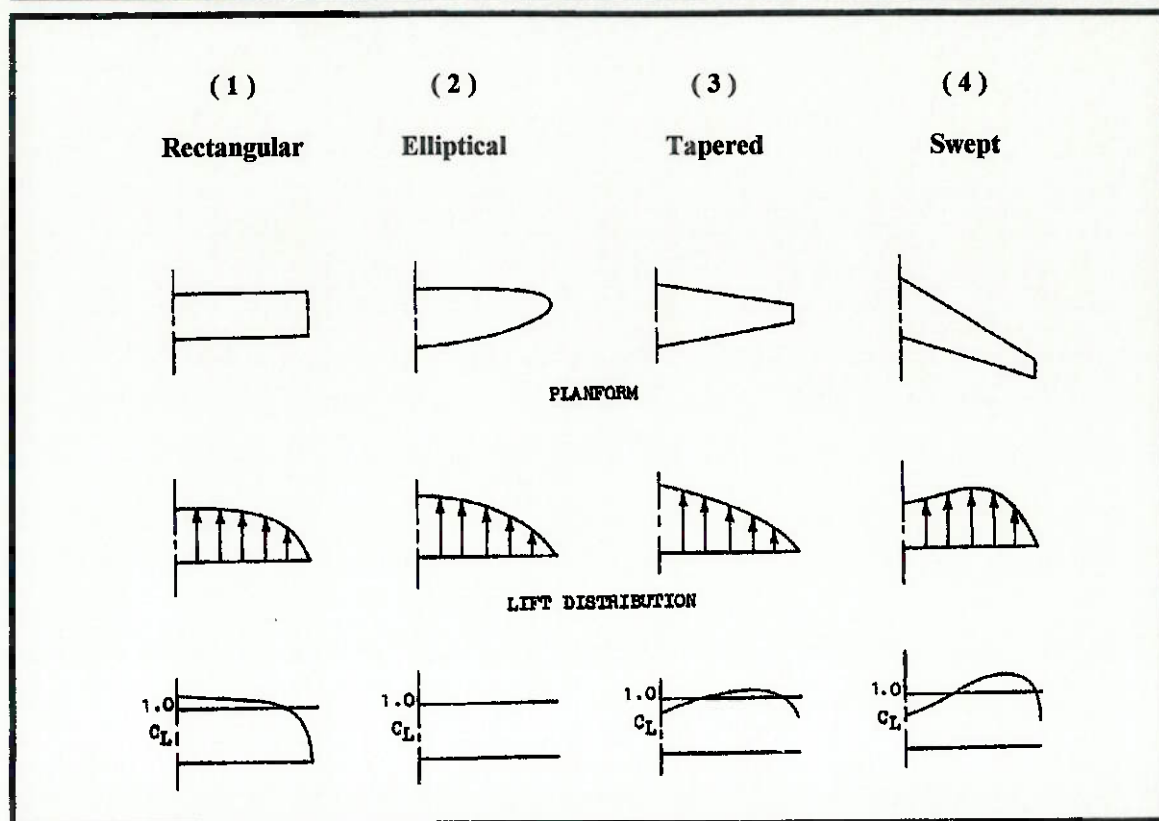
$$\boxed{CDi + \frac{CL^2}{\pi.AR} = \left(\frac{\pi b \Gamma_o}{2 V_o S} + 1 \right) \alpha i} \quad (\text{EQ 6.22})$$

O que comprova que o arrasto induzido está diretamente relacionado com a sustentação da asa. Como C_{di} cresce com o quadrado de CL , em situações que requeiram alto valor de CL , tais como em decolagens ou no pré stall, necessita-se portanto de grande potência para vencer-se o altíssimo arrasto induzido. Para asas finitas, este é o principal responsável pelo arrasto total desta, contribuindo com cerca de 80% de arrasto total.

Pode-se observar também que C_{di} varia com o inverso da razão de aspecto da asa. Assim quanto mais alongada esta for, ou seja quanto maior sua envergadura em relação à corda (ou o quadrado da envergadura em relação à Área) menor será o arrasto produzido e portanto menor a potência necessária para se manter voo reto horizontal. É caso de planadores, onde as asas são muito longas e finas (com elevada razão de aspecto), que precisam do máximo de sustentação para o mínimo arrasto possível para poder se manter no ar maior tempo, já que não se dispõe de qualquer tipo de propulsão. É claro que se paga um preço por este artifício, já que os esforços estruturais também se acentuam na raiz da asa devido ao aumento da envergadura, sobretudo os momentos de flexão e torção, necessitando de um maior reforço nas longarinas e portanto um possível aumento de peso.

A seguir, à título de ilustração, apresentamos alguns tipos de asas e seus respectivos perfis de sustentação.

Figura 24 - Tipos de Asas



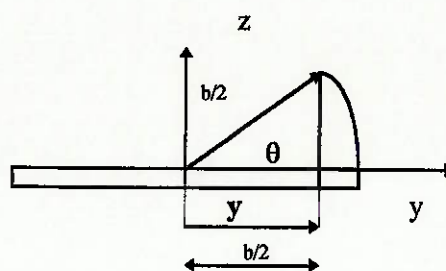
4) DISTRIBUIÇÃO GERAL DE SUSTENTAÇÃO :

Considere um carregamento genérico de circulação $\Gamma(y)$ ao longo de uma asa com envergadura b e com corda $c=c(y)$ variável, sendo que conhece-se apenas as condições de contorno :

- a) Nas pontas, onde $y = b/2$ e $y = -b/2 \Rightarrow \Gamma(y) = 0$
- b) No ponto médio, onde $y=0 \Rightarrow \Gamma(y) = \Gamma_0$

Seja a transformação :

$$y = \frac{b}{2} \cdot \cos(\theta)$$



e portanto $\Gamma = \Gamma(\theta) \quad \theta \leq \theta \leq \pi$

Para uma distribuição elíptica vimos que :

$$\Gamma(\theta) = \Gamma_0 \cdot \sin(\theta)$$

Para uma distribuição genérica pode-se expandir em Série de Fourier a função $\Gamma(\theta)$ em torno de Γ_0 , obtendo-se a seguinte equação :

$$\Gamma(\theta) = \Gamma_0 \cdot \sum_{n=1}^N (A_n \cdot \sin(n \cdot \theta)) \quad (\text{EQ 6.23})$$

Onde os coeficientes A_n são por enquanto desconhecidos.

Derivando Γ em relação a y , obtemos a seguinte relação :

$$\frac{d\Gamma}{dy} = \frac{d\Gamma}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dy} = 2 \cdot b \cdot v_0 \cdot \sum_{n=1}^N (n \cdot A_n \cdot \cos(n \cdot \theta)) \cdot \frac{d\theta}{dy} \quad (\text{EQ 6.24})$$

Substituindo a equação (6.24) na equação (6.9) podemos obter a equação genérica para a linha de sustentação :

$$\alpha(\theta_0) = \frac{2b}{\pi c(\theta_0)} \cdot \sum (A_n \sin(n\theta_0) + \alpha(L=0)) + \sum n A_n \left(\frac{\sin(n\theta_0)}{\sin(\theta_0)} \right) \quad (\text{EQ 6.25})$$

Supondo que a geometria da asa seja conhecida, ou seja, se soubermos em cada posição y qual perfil é utilizado e qual o ângulo de ataque local, pode-se calcular os coeficientes A'_n da seguinte forma :

- Divide-se a asa em N secções igualmente espaçadas onde a posição de cada secção n é obtida pela seguinte relação :

$$y_0 = -\frac{b}{2} \cos(\theta_0) \quad \text{e} \quad \theta_0 = -\arccos\left(\frac{n}{N}\right)$$

- Aplica-se a equação (6.25) em cada secção submetida a seu respectivo ângulo de ataque α_{eff}
- Obtêm-se assim um sistema linear $N \times N$ cujas incógnitas são os Coeficientes de Fourier $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n$.
- Basta portanto resolver o sistema linear por um método numérico qualquer.

Determinando os coeficientes A_n pode-se obter diretamente $\Gamma(y)$ pela equação (6.13) e todas as outras relações aerodinâmicas restantes:

Pela Teoria da Linha de sustentação de Prandtl :

$$C_L = \frac{2}{V_o \cdot S} \cdot \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) \cdot dy = 2 \cdot \frac{b^2}{S} \sum_{n=1}^N A_n \cdot \int_0^{\pi} \sin(n\theta) \cdot d\theta \quad (\text{EQ 6.26})$$

Mas a integral : $\int_0^{\pi} \sin(n\theta) \cdot \sin(\theta) d\theta$

pode ser resolvida analiticamente e vale :

$$\begin{cases} \pi/2 & : \text{Para } n=1 \\ 0 & : \text{Para } n > 1 \end{cases}$$

Logo, CL pode ser avaliado como :

$$CL = A1 \cdot \pi \cdot \frac{b^2}{S} = A1 \cdot \pi \cdot AR \quad (\text{EQ 6.27})$$

O Coeficiente de Arrasto induzido pode ser calculado como :

$$CDi = \frac{2}{V_0 \cdot S} \cdot \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) \cdot \alpha_i(y) \cdot dy = 2 \cdot \frac{b^2}{S} \cdot \int_0^{\pi} \left(\sum_{n=1}^N A_n \cdot \sin(n\theta) \right) \cdot \alpha_i(\theta) \cdot \sin(\theta) \cdot d\theta \quad (\text{EQ 6.28})$$

Para isto, deve-se calcular primeiro α_i :

$$\alpha_i(y_0) = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot v_0} \cdot \int \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial y} \right)_{y_0 - y} \cdot dy = \frac{1}{\pi} \sum n \cdot A_n \cdot \int \frac{\cos(n\theta)}{\cos(\theta) - \cos(\theta_0)} \cdot d\theta \quad (\text{EQ 6.29})$$

$$\text{logo : } \alpha_i(\theta) = \sum_{n=1}^N n \cdot A_n \cdot \frac{\sin(n\theta)}{\sin(\theta)} \quad (\text{EQ 6.30})$$

Juntando as equações (6.28) , (6.29) e (6.30) obtemos :

$$CDi = 2 \cdot \frac{b^2}{S} \cdot \int_0^{\pi} \left(\sum_{n=1}^N A_n \cdot \sin(n\theta) \right) \cdot \left(\sum_{n=1}^N n \cdot A_n \cdot \sin(n\theta) \right) \cdot d\theta \quad (\text{EQ 6.31})$$

Substituindo a equação (6.27) obtemos finalmente :

$$\begin{aligned}
 C_{di} &= 2 \cdot \frac{b^2}{S} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \left(\sum_{n=1}^N a_n A_n^2 \right) = \pi \cdot AR \cdot \left(\sum_{n=1}^N a_n A_n^2 \right) & (EQ 6.32) \\
 &= \pi \cdot AR \cdot A_1^2 \left(1 + \sum_{n=1}^N a_n \left(\frac{A_n}{A_1} \right)^2 \right) = \frac{C_L^2}{\pi AR} [1 + \delta]
 \end{aligned}$$

onde $\delta = \sum_{n=1}^N a_n \left(\frac{A_n}{A_1} \right)^2$

Note que o primeiro termo da expansão do coeficiente C_{di} corresponde ao de uma distribuição de sustentação elíptica. Como os termos da somatória sempre assumem valores positivos, se os coeficientes A_n tenderem a zero, temos o mínimo valor de C_{Di} . Observe que se os $A_n=0$, significa que temos apenas o termo independente da Série de Fourier, ou seja, o coeficiente que acompanha $\sin(\theta)$, que significa uma transformação polar cuja correspondência cartesiana é uma elipse. Logo prova-se portanto que a distribuição de sustentação elíptica é a que oferece menor arrasto induzido.

Portanto, em asas finitas, cuja geometria não é elíptica:

$$C_{Di} \geq \frac{C_L^2}{\pi \cdot AR}$$

Outro aspecto interessante de asa finitas em relação a asas infinitas, ou aerofólios, a influência do downwash na derivada $dC_L / d\alpha$:

Considere para uma aerofólio :

$$\alpha_0 = \frac{dC_L}{d\alpha}$$

e para uma asa :

$$a = \frac{dC_L}{d\alpha}$$

Sabemos que $\alpha_{eff} = \alpha - \alpha_i$

Admitindo que não haja torção geométrica ao longo da envergadura, α e α_{eff} são constantes e portanto C_l tem a mesma ordem de grandeza que C_L . Logo :

$$\boxed{\frac{dC_l}{d\alpha_{eff}} = \frac{dC_L}{d(\alpha - \alpha_i)} = a_0}$$

(EQ 6.33)

Admitindo $a_0 = cte$:

$$C_L = a_0 (\alpha - \alpha_i) + cte$$

Sabendo que $\alpha_i = \frac{C_L}{\pi AR}$ para uma asa elíptica

$$C_L = a_0 \left(\alpha - \frac{C_L}{\pi \cdot AR} \right) + CTE$$

Derivando em relação a α :

$$\boxed{\frac{dC_L}{d\alpha} = a = \frac{a_0}{1 + \frac{a_0}{\pi \cdot AR}}}$$

(EQ 6.34)

para asas elípticas.

Para uma distribuição geral de sustentação, temos :

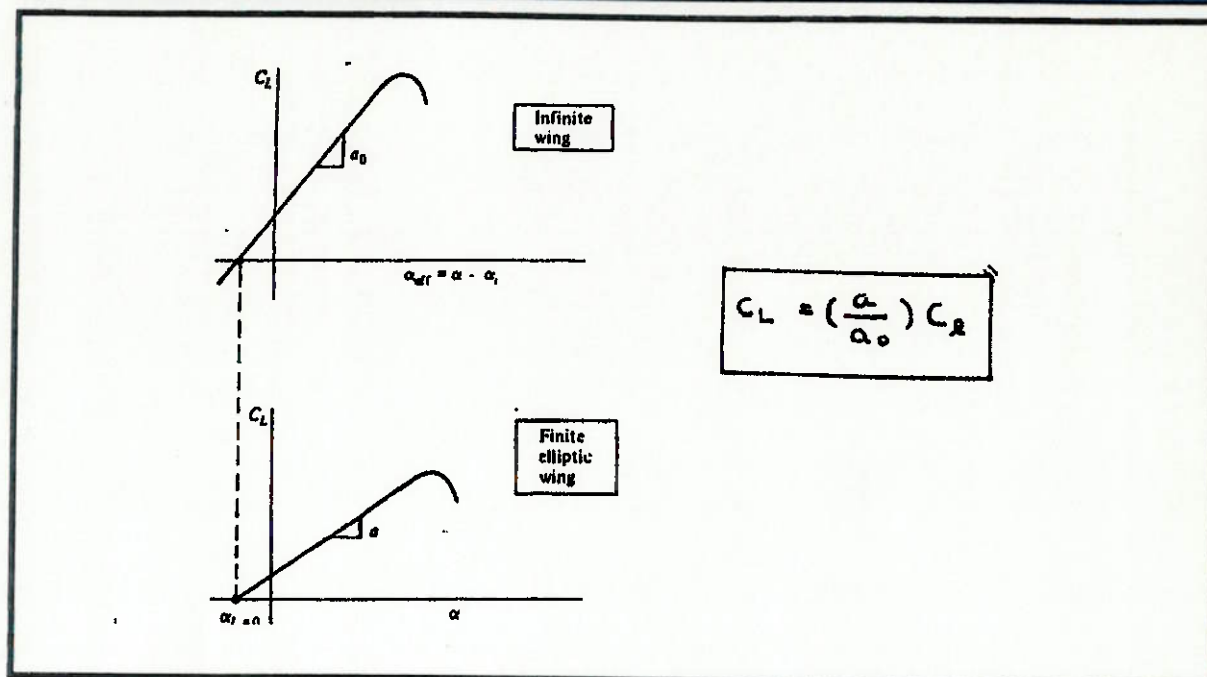
$$\boxed{\frac{dC_L}{d\alpha} = a = \frac{a_0}{1 + \frac{a_0}{\pi \cdot AR} \cdot C}}$$

(EQ 6.35)

Onde $C = f(A_1, A_2, \dots, A_n)$

Como a grandeza $AO/\pi \cdot AR$ é positiva e C uma constante positiva, o efeito de W na sustentação de uma asa também é de diminuir a inclinação da curva do c_l em relação a curva $c_l \times \alpha$ do aerofólio. Para razões de aspecto superiores a 5 (Como é o caso da maioria das aeronaves subsônicas), verifica-se experimentalmente que C varia entre 1.05 e 1.25.

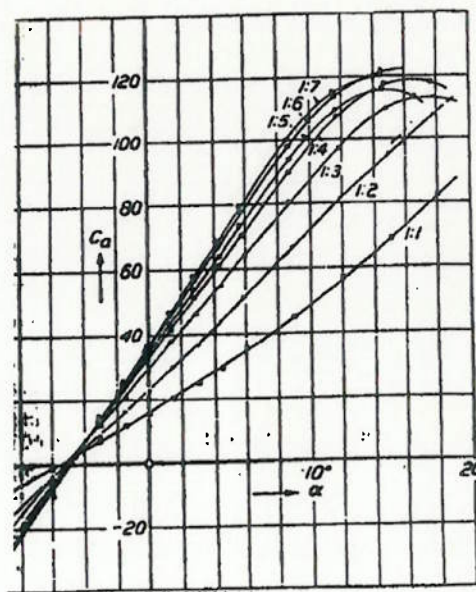
Figura 25 - Diferenças entre as curvas $C_l \times \alpha$ e $C_L \times \alpha$



A teoria da Linha de Sustentação de Prandtl apresenta bons resultados para asas com razão de aspecto elevada e com formato trapezoidal, não se aplicando por exemplo a asas enflexadas ou muito "parrudas" (com envergaduras pequena e corda grande, ou seja com pequena razão de aspecto). Em asas enflexadas isso é explicado devido à grande influência do escoamento transversal, não permitindo que se forme uma linha nítida onde possa ser aplicado o perfil de sustentações, ou seja, devido ao escoamento tridimensional elevado. Em asas de baixa razão de aspecto a linha de sustentação de Prandtl é muito influenciada pela grande intensidade dos vórtices induzidos, já que estes são inversamente proporcionais a razão de aspecto. Experimentalmente verifica-se que estes tipos de asa não geram a sustentação prevista pela teoria de Prandtl, que se aplica bem para razões de aspecto superiores a 4 em asas trapezoidais. Contudo, no caso do projeto, a velocidade será bem elevada devido à propulsão do Dynajet, o que possibilita a utilização de uma asa de geometria enflechada.

Na figura abaixo ilustramos as experiências de Prandtl para asas retangulares em relação à influência da razão de aspecto no arrasto induzido. Observe que a partir de $AR=5$ as curvas coincidem.

FIGURA 26 - Relação C_{Di} x α para cada razão de aspecto



Obs.:

- Experiências realizadas em asas retangulares
- $C_a = C_{di}$

Uma observação interessante de se fazer é que o C_d pode ser muito baixo (da ordem de 0,005), bem abaixo do C_d de uma placa plana submetida a escoamento turbulento. Na prática, a existência da rugosidade aumenta muito o valor de C_d . No caso da pintura, o valor é dobrado. Por isso, pensamos no revestimento da asa e da fuselagem com plástico térmico como solução para diminuir o arraste. A rugosidade pode aumentar o C_d de 100 a 800%.

O efeito do aumento do número de Reynolds é aumentar a sustentação máxima e o ângulo de *stall*, sem mudar a inclinação da curva (reta) de forma significativa. Além disso, o aumento de Re reduz o C_d , o que é benéfico. Os protótipos ou aeromodelos, geralmente operam com Re maiores que os modelos correspondentes (Re da ordem de 10^7 ou mais).

Para operações de decolagem e aterrissagem, a sustentação pode ser aumentado significativamente por pás defletoras divididas. Isto equivale a aumentar a flexa do aerofólio. O arraste também aumenta com o defletor, mas as reduções das distâncias de decolagem e aterrissagem compensam as potências adicionais requeridas nestas operações.

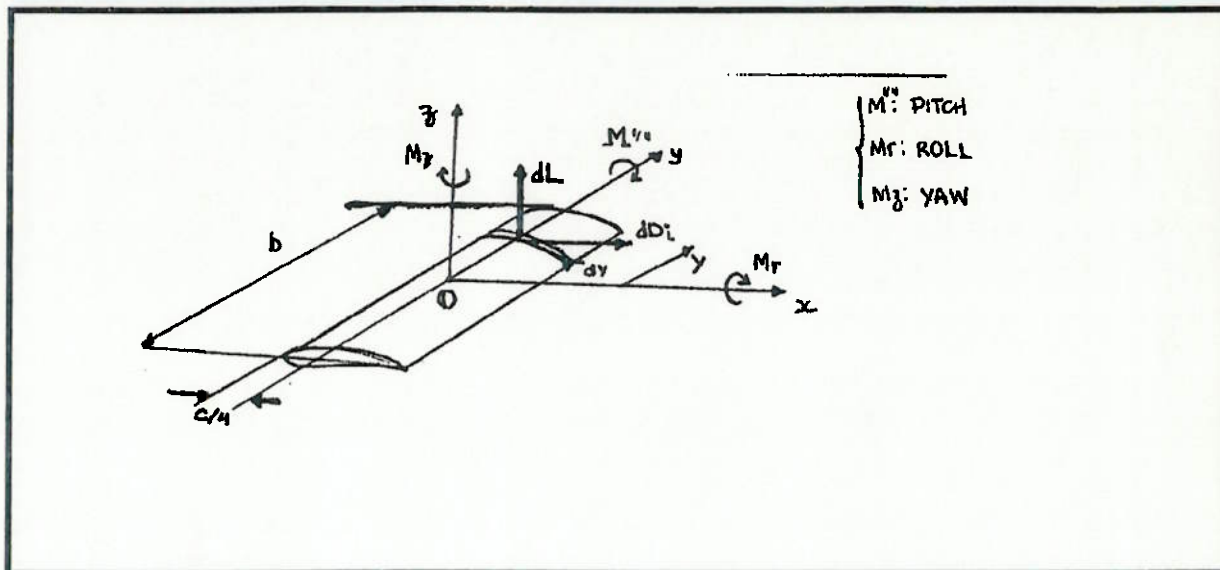
Quando o aeromodelo levanta vôo com um baixo ângulo de ataque α , possui sustentação bem superior ao arraste. A máxima relação entre a sustentação e o arraste de aerofólios comuns situa-se entre 20 e 50.

Alguns aerofólios têm um perfil que fornece um gradiente favorável de pressão sobre boa parte do extradorso a ângulos de ataque baixos. A região de separação é pequena e a transição para a turbulência fica postergada; o aerofólio então retém um bom comprimento de escoamento laminar, mesmo com números de Reynolds elevados.

MOMENTOS EM UMA ASA FINITA

Assumindo a existência das forças L e D_i em uma asa finita, podemos em cada secção determinar o momento gerado por estas em relação aos eixos da origem, localizados na corda central, como ilustra a figura abaixo :

Figura 27 - Momentos gerados pelos esforços aerodinâmicos L e D_i



Tomando como origem do eixo x o ponto situado a $1/4$ de corda, para uma secção localizada na posição y temos atuando nesta as forças elementares dL e dD_i , que produzirão um momento elementar dM :

$$d\vec{M} = y \cdot \vec{j} \times (dL \cdot \vec{k}) + y \cdot \vec{j} \times (dD_i \cdot \vec{i}) = y \cdot \vec{j} \times (dL' \cdot dy \cdot \vec{k}) + y \cdot \vec{j} \times (dD_i' \cdot dy \cdot \vec{i}) \quad (\text{EQ 6.36})$$

$$d\vec{M} = (y \cdot L'(\vec{i}) + y \cdot D_i'(-\vec{k})) \cdot dY$$

Integrando a equação acima temos :

$$\vec{M} = \left(\int_0^{b/2} y \cdot L' \cdot dy \right) \cdot \vec{i} + \left(\int_0^{b/2} y \cdot D_i' \cdot dy \right) \cdot (-\vec{k}) \quad (\text{EQ 6.37})$$

Substituindo na equação (6.36) as equações que definem L' e D_i , obtemos :

$$M = (\rho O \cdot v O \cdot \int_0^{b/2} \Gamma(y) \cdot y \cdot dy) \cdot (\vec{i}) + (\rho O \cdot \int_0^{b/2} W(y) \cdot \Gamma(y) \cdot dy) \cdot (-\vec{k}) \quad (EQ 6.38)$$

Separando as componentes na direção x e na direção z podemos identificar dois tipos de momentos :

- Momento de guinada (yaw) que provoca a tendência de deslocar o nariz da aeronave lateralmente, rolando em torno do eixo z :

$$M_y = \rho O \cdot \int_0^{b/2} W(y) \cdot \Gamma(y) \cdot y \cdot dy$$

$$C M_y = \frac{2}{v O^2 \cdot S \cdot \bar{C}} \cdot \int_0^{b/2} W(y) \cdot \Gamma(y) \cdot y \cdot dy \quad (EQ 6.38)$$

- Momento de rolagem (roll) que provoca a tendência de rolar a aeronave em torno do eixo x .

$$M_r = \rho O \cdot v O \cdot \int_0^{b/2} y \cdot \Gamma(y) \cdot dy$$

$$C M_r = \frac{2}{v O \cdot S \cdot \bar{C}} \cdot \int_0^{b/2} y \cdot \Gamma(y) \cdot dy \quad (EQ 6.38)$$

Note que estes momentos só são definidos para a semi-asa, pois se considerarmos a asa inteira estes se anularão. A utilidade destes portanto é puramente estrutural, pois é interessante que se tenha o conhecimento destes na raiz da asa para que se dimensione as longarinas que suportam toda a sua estrutura convenientemente.

Momento de "pitch" cuja tendência é elevar ou baixar o nariz da aeronave, rolando-a em torno do eixo y, pode ser obtido por método idêntico ao do cálculo do aerofólio. A posição do centro de pressão é considerada em relação à CORDA MÉDIA aerodinâmica (utilizando-se a análise para aerofólios para este valor de corda) e a sustentação envolvida no cálculo é agora a sustentação da ASA. Analogamente à equação (5.77), podemos escrever portanto, que :

$$\begin{aligned}
 M(c/4) &= (X_{cp} - \bar{c}/4) \cdot L = (X_{cp} - \frac{\bar{c}}{4}) \cdot \rho O \cdot v O \cdot \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) \cdot dy \\
 CM &= \frac{2}{S \cdot v O} \cdot (\frac{X_{cp}}{\bar{c}} - \frac{1}{4}) \cdot \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) \cdot dy
 \end{aligned}
 \tag{EQ 6.39}$$

Este momento tem importante relação com a estabilidade dinâmica do voo de um aeronave. Por isso, deve ser analisado e considerado no projeto que vise a uma boa performance aerodinâmica.

ARRASTO EM ASAS FINITAS

Vimos no cálculo da sustentação que a presença do “downwash” alterava o ângulo de ataque do aerofólio, mudando de direção o vetor da sustentação total, fazendo com que surja uma nova componente de arrasto na direção de v_O , denominado arrasto induzido.

Portanto para calcularmos o arrasto total produzido por uma asa devemos incluir, além do arrasto de fricção e de pressão, também o arrasto induzido. Assim o coeficiente de arrasto total será :

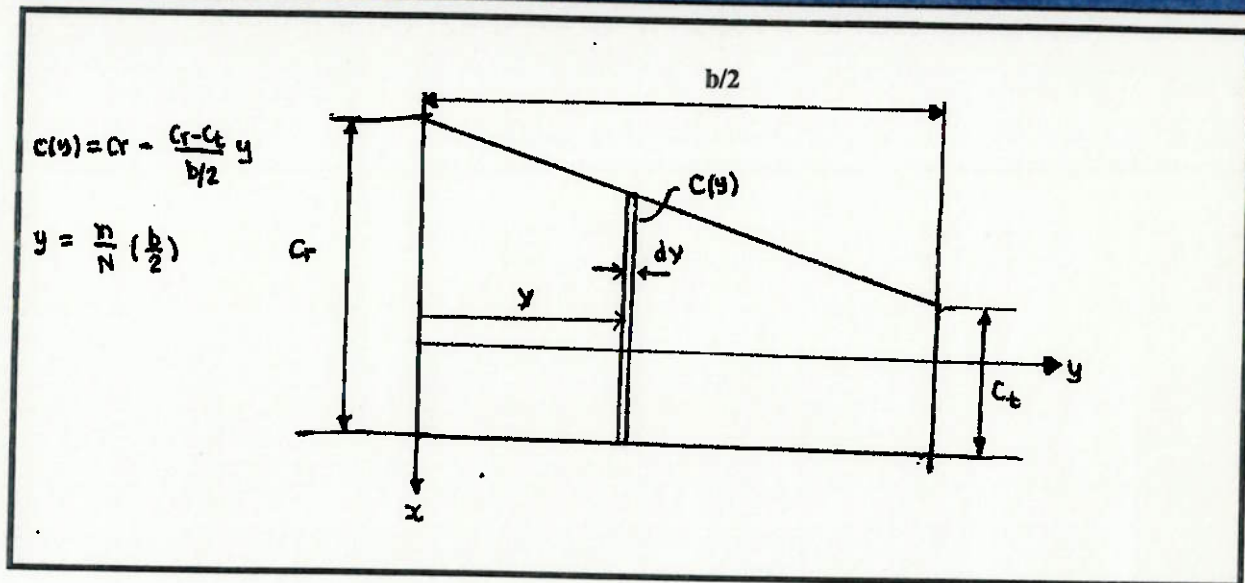
$$C_D = C_{Di} + C_{Dp} + C_{Df} = C_{Di} + C_A$$

Onde C_A é o denominado arrasto aerodinâmico, sendo a somatória do arrasto de pressão com o arrasto de fricção :

Sabemos como calcular C_{Di} a partir dos resultados das secções anteriores. Vamos agora, a partir do modelo bidimensional desenvolvido para chapas planas aplicado a aerofólios, estimar o coeficiente C_A .

Considerando que uma asa é uma sucessão de aerofólios dispostos lado a lado, escolhemos uma secção elementar genérica de largura infinitesimal dy , localizada na posição y , cuja corda tem comprimento $c(y)$, em um ângulo de ataque genérico $\alpha(y)$, gerando o arrasto aerodinâmico infinitesimal dA , de acordo com a figura:

Figura 28 - Discretização da asa



Sabemos que : $dA(y) = D'(y).dy$

Desenvolvendo a equação acima e isolando CD temos :

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_0^2 \cdot S \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_0^2 \cdot \int_{-b/2}^{b/2} c(y) \cdot cd(y) \cdot dy$$

$$CD = \frac{1}{S} \int_{-b/2}^{b/2} c(y) \cdot cd(y) \cdot dy$$

(EQ 6.40)

O coeficiente de arrasto aerodinâmico da asa é portanto uma média ponderada do coeficiente de arrasto previsto para o aerofólio utilizado naquela secção de asa com o comprimento de sua corda local. Note que se for utilizado o mesmo tipo de aerofólio na asa toda e o ângulo de ataque for também igual em todas as secções, o coeficiente de arrasto aerodinâmico será idêntico ao previsto pelo aerofólio e portanto:

$$CD = C_d + CD_i$$

O coeficiente de arrasto local foi anteriormente deduzido pela expressão :

$$C_d(y) = \sin^2(\alpha(y)) + 2 \cdot \cos(\alpha(y)) \cdot \left(\frac{0.074}{\text{Re}(c(y))^{\frac{1}{5}}} - \frac{1700}{\text{Re}(c(y))} \right)$$

$$\text{Re}(c(y)) = \frac{p_0 \cdot v_0 \cdot \cos(\alpha(y)) \cdot c(y)}{\mu_0}$$

Substituindo na equação (6.40), chegamos a :

$$C_A = \frac{1}{S} \cdot \int_{-b/2}^{b/2} c(y) \cdot \left(\sin^2(\alpha(y)) + 2 \cdot \cos(\alpha(y)) \cdot \left(\frac{0.074}{\text{Re}(c(y))^{\frac{1}{5}}} - \frac{1700}{\text{Re}(c(y))} \right) \right) dy \quad (\text{EQ 6.41})$$

Se discretizarmos a asa em N subdivisões podemos integrar a equação acima numericamente. Utilizando-se da regra dos trapézios e definindo $f(y)$ como :

$$f(y) = C_d(y) \cdot c(y) \quad \begin{cases} \int f(y) dy = \frac{h}{2} [f(y_0) + 2f(y_1) + 2f(y_2) + \dots + 2f(y_{n-1}) + f(y_n)] \\ h = \frac{b}{2N} \end{cases}$$

Finalmente chega-se a expressão :

$$A = \frac{b}{2 \cdot N \cdot S} \cdot \left(\sum_{i=1}^N (c(y_i) \cdot C_d(y_i)) + (c(y_0) \cdot C_d(y_0) + c(y_N) \cdot C_d(y_N)) \right) \quad (\text{EQ 6.42})$$

O arrasto total da asa será portanto :

$$C_D = C_A + C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi A R} \left(1 - \sum_{n=1}^N \left(\frac{A_n^2}{A^2} \right) \right) + \frac{b}{2NS} \left[2 \sum_{n=1}^N C(y_n) \cdot C_d(y_n) + [C(y_0) C_d(y_0) + C(y_N) C_d(y_N)] \right] \quad (\text{EQ 6.43})$$

$$\text{onde } C(y_0) = C_r \quad C(y_n) = C_t$$

$$C(y_n) = C_r - \frac{(C_r - C_t)}{b/2} y = C_r - \frac{n}{N} (C_r - C_t)$$

$$C(y_n) = C_r \left[1 - \frac{n}{N} \right] + C_t$$

Apresentados todos os modelos matemáticos que representam o comportamento aerodinâmico de uma asa imersa em um escoamento subsônico e incompressível, resta-nos agora definir as características termodinâmicas deste escoamento nas condições de projeto, ou seja, no nível de vôo de cruzeiro que escolhemos para o aeromodelo operar. Para isto, devemos recorrer a um modelo matemático elaborado para descrever de forma aproximada o comportamento real termodinâmico da atmosfera terrestre a medida que nos afastamos da superfície através do modelo de atmosfera padrão ou ISA (Ideal Standard Atmosphere), adotado a partir da convenção Internacional de Aeronáutica em Montreal (1947), e representa o padrão internacional para projeto e operação de aeronaves.

VII. ATMOSFERA PADRÃO

Hipóteses iniciais :

- O ar é considerado gás perfeito com $K=1.4$ em qualquer ponto da atmosfera e não apresenta umidade (ar seco).
- A superfície de referência onde $z=0$ corresponde ao nível médio do mar. A partir desta cota são medidas altitudes.
- Considera-se a atmosfera estática, não havendo deslocamento de massas de ar e interações do tipo transferência de calor por convecção condução ou radiação entre as camadas.

Por último, é possível expor um fenômeno interessante do voo em altitude ocorrido com velocidade da aeronave.

Suponha que ao nível médio do mar, uma aeronave de peso W se encontre voando com velocidade VO , de acordo nas condições da atmosfera padrão. O valor de sua sustentação deve ser no mínimo igual ao seu peso para manter voo reto horizontal.

Suponha que esta mesma aeronave, com o mesmo peso W , esteja voando agora em altitude z em relação ao nível médio do mar com velocidade v . Para que esta possa manter voo reto horizontal sua sustentação também é igual a seu peso. Logo :

$$W = L_0 = L$$

e portanto :

$$\frac{1}{2} \cdot \rho_0 \cdot v_0^2 \cdot S \cdot CL_0 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot CL$$

Se esta aeronave conseguir voar reto horizontal com o mesmo ângulo de ataque, C_l será o mesmo nos dois casos pois este depende apenas do ângulo de ataque da aeronave. Para conseguirmos realizar esta hipótese é necessário que a potência desenvolvida pelo motor na altitude mais alta seja maior para compensar o efeito da diminuição da densidade, mantendo uma mesma potência nos dois casos. Se esta hipótese for verdadeira :

$$q = q_0$$

e portanto :

$$\boxed{\frac{V}{V_0} = \sqrt{\frac{p_0}{p}}}$$

Obs.: Verifique para manter-se uma mesma potência necessária a manter vôo horizontal é necessário aumentar a velocidade para compensar o decréscimo da densidade, já que C_D também permanece inalterado.

$$\begin{cases} P_{\text{necessaria}} = C_D \cdot S \frac{1}{2} \rho_0 V_0^3 \\ C_n = C_{D_0} + A\alpha^2 + B\alpha = f(d) \end{cases}$$

Ou seja, para compensar a perda de densidade, a velocidade aerodinâmica da aeronave aumenta com a altitude, para uma mesma velocidade indicada.

Geralmente nas aeronaves o sistema de medição de velocidades é baseado nos dados de pressão provenientes de tomadas de pressão estática e pressão total de um ou mais tubos de pitot. Como a pressão dinâmica é a mesma tanto ao nível do mar, quanto em altitude para manter uma mesma configuração de peso, tudo se passa como se o velocímetro estivesse marcando a velocidade ao nível do mar, independentemente da altitude. Assim é necessário distinguir a velocidade indicada no velocímetro pela velocidade verdadeira ou aerodinâmica da aeronave. Portanto de acordo com a atmosfera padrão :

$$V_A = V_I \left(\frac{T_0}{T} \right)^{-\left(1 + \frac{g_0}{A.O.R}\right)} = V_I \sqrt{\exp \left(g_0 \left(\frac{H}{RT_0} \right) \right)} \quad (\text{EQ 7.13})$$

V_A = Velocidade Aerodinâmica na GEOPOTENCIAL H

V_I = Velocidade Indicada = V_o

Obs1.: Considerando-se que a atmosfera esteja em condições ISA, caso contrário :

$$V_A = V_I \sqrt{\frac{P_0}{P}} = V_I \sqrt{\frac{P_0}{P} \cdot \frac{T}{T_0}}$$

o : Condições termodinâmicas ao nível do mar.

Obs2.: No caso do aeromodelo, não há um velocímetro. A velocidade de vôo pode ser estimada indiretamente utilizando-se um dinamômetro para medir o empuxo do pulso-jato ou durante um vôo-teste do modelo perante um observador para medir o tempo de percurso entre dois pontos pré-determinados.

CONCLUSÃO

Concluída a primeira parte deste trabalho, o objetivo seguinte será o enfoque na solução adotada (Canard). O passo inicial será a escolha do perfil de aerofólio mais adequado para atender as características aerodinâmicas e geométricas do avião. Este perfil deverá ser imputado no programa *ModelCad* sob a forma de coordenadas (X,Y), impresso e transposto para madeira balsa. Iniciar-se-á, então, a fase de projeto da aeronave, envolvendo a elaboração da planta, seguindo-se da escolha dos materiais envolvidos (tentando otimizar peso e eficiência) na construção do modelo. Para tentar minimizar os problemas que poderão surgir, usar-se-á resultados de testes em túneis de vento e algumas pré-simulações.

Levando-se em consideração que a parte prática de construção do projeto demandará um grande número de horas-trabalho, a melhor recompensa será a realização de um vôo radio-controlado bem sucedido. Esta será a meta da segunda parte deste trabalho.

Aeromodelo a Pulso Jato
Parte II

CANARD

No início do século XX, os pioneiros da aviação projetavam suas aeronaves tipo “canard”. O estabilizador na frente, a baixa velocidade, favorecia o controle do avião. O primeiro a utilizar esta técnica foi “Santos Dumont” em 1906, no seu 14 Bis quando realizou o primeiro voo público em Paris.

Vale lembrar que os primeiros vôos motorizados bem sucedidos foram feitos por “canards”.

Depois, em 1909, os irmãos Wright construíram um planador biplano tipo canard, que era lançado ao ar por meio de uma catapulta.

Eventualmente, predominavam as versões com asa e profundor que foram adotadas como configurações convencionais.

Mas, como os exércitos da Europa queriam aviões velozes para combates, e para atingir este objetivo, a configuração “canard” teve de ser abandonada.

No aeromodelismo “Rádio Controlado”, os “canard” oferecem menos recursos de controle e manobrabilidade. Entretanto, como o aspecto do modelo é exdrúxulo, possuem uma irresistível atração.

VANTAGENS

- Maior segurança. Os “canards” em escala 1:1 bem projetados possuem uma grande vantagem de estarem livres dos freqüentes acidentes causados à baixa altitude devido ao “*stall-spin*”. Isto porque apesar da possibilidade de *stall* do “profundor dianteiro”, o mesmo não ocorre na asa principal.

- Carregamento distribuído. Em aeronaves convencionais, a asa realiza todo o trabalho; o profundor horizontal é levemente carregado (para baixo na maioria dos casos) e simplesmente controla o ângulo de ataque da asa (alfa). Nos canards, a superfície da asa frontal realizam trabalho de sustentação e dividem o carregamento com a asa principal, o que pode resultar numa redução de área.

- Menores, mais leves, mais compactos. Estas qualidades são obtidas dividindo a área da asa requerida por duas superfícies de sustentação.

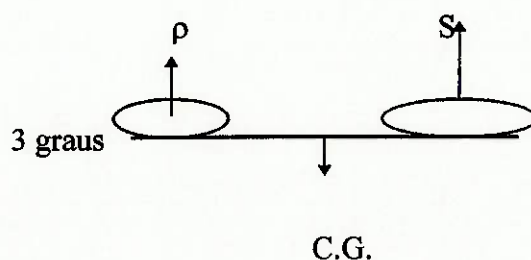
DESVANTAGENS

- "Profundor dianteiro" sobrecarregado. Para obter estabilidade, o "profundor dianteiro" deve ser mais exigido quanto ao carregamento (em termos de onças ou pounds por pé quadrado de área de asa). O carregamento sobre o "profundor dianteiro" controla a velocidade de *stall* da aeronave, que consideravelmente superior a velocidade de *stall* da asa principal. Os aviões canard decolam e pousam mais rápido e necessitam de menores trechos de pista do que os aviões convencionais.

- Capacidade limitada de acrobacia. O alto carregamento no "profundor dianteiro", combinado com a inabilidade de *stall* da asa, limita a possibilidade de executar acrobacias dessa classe de avião.

O CONTROLE DOS CANARDS

- Voando na Horizontal: o diagrama de forças é o seguinte:



A experiência mostra que a diferença angular entre o estabilizador e a asa deve ser de 3 graus.

- Para subir: aumenta-se o ângulo de ataque do estabilizador, elevando-se a sustentação e, consequentemente, o modelo sobe.

Obs. Se o ângulo de ataque do estabilizador for muito alto, ele “estola” e o modelo entra numa “picada”. Assim, no controle, deve-se tomar o cuidado para não estolar o estabilizador.

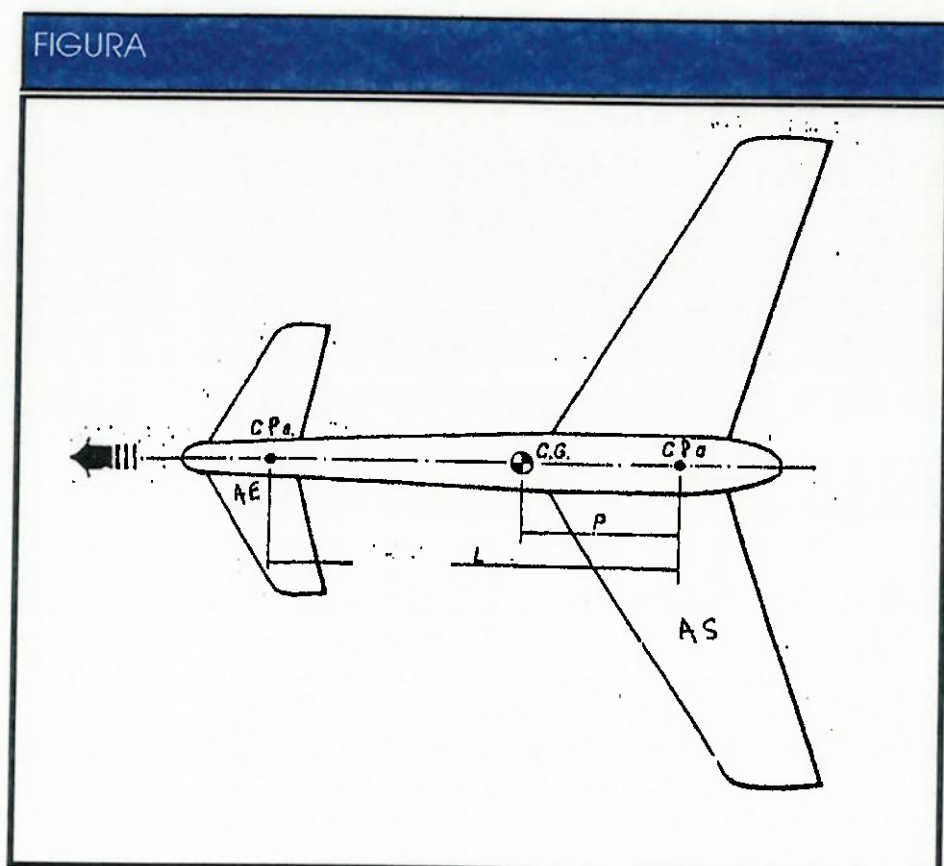
- Para “picar”: Diminui-se o ângulo de ataque do estabilizador para que ele produza menos sustentação e o modelo “pica”.

CENTRO DE GRAVIDADE (C.G.) NOS MODELOS CANARDS

Neste tipo de modelo, o estabilizador fica antes da asa, produzindo, ao contrário do que se sucede nos modelos convencionais, sustentação positiva. Graças a esta propriedade, o peso do modelo é distribuído entre a asa e o estabilizador, ficando então, a posição do Centro de Gravidade dependendo diretamente da sustentação que ambos produzem.

Existem várias fórmulas para determinar o C.G., mas a mais sensível é a expressa abaixo:

$$P = L \cdot AE / AS$$



onde P = Distância entre o centro aerodinâmico da asa e o C.G.

L = Distância entre o centro aerodinâmico da asa e do estabilizador

AS = Área da asa projetada

AE = Área do estabilizador projetada

Cpa = Centro aerodinâmico da asa

Cpe = Centro aerodinâmico do estabilizador

Há necessidade de efetuar-se dois tipos de ajuste: estático e dinâmico.

Ajuste Estático:

1. Todas as superfícies devem ficar perfeitamente alinhadas.
2. O C.G. deve ficar na posição indicada pela planta. Deslocar os componentes do rádio receptor para frente ou para trás se for necessário. Evitar adicionar lastro para não aumentar o peso do modelo.
3. Suspender o modelo pelo C.G. e verificar o equilíbrio lateral adicionando lastro, se for o caso.
4. Para que o modelo voe bem, é necessário que o peso seja estipulado de acordo com a força de tração do motor utilizado (no caso o Dynajet) o que pode ser verificado à partir de tabelas.

Ajuste Dinâmico:

1. Abaixando o profundor o modelo sobe.
2. Levantando o profundor o modelo pica.
3. A deflexão do profundor deve ficar ao redor de 20 graus.

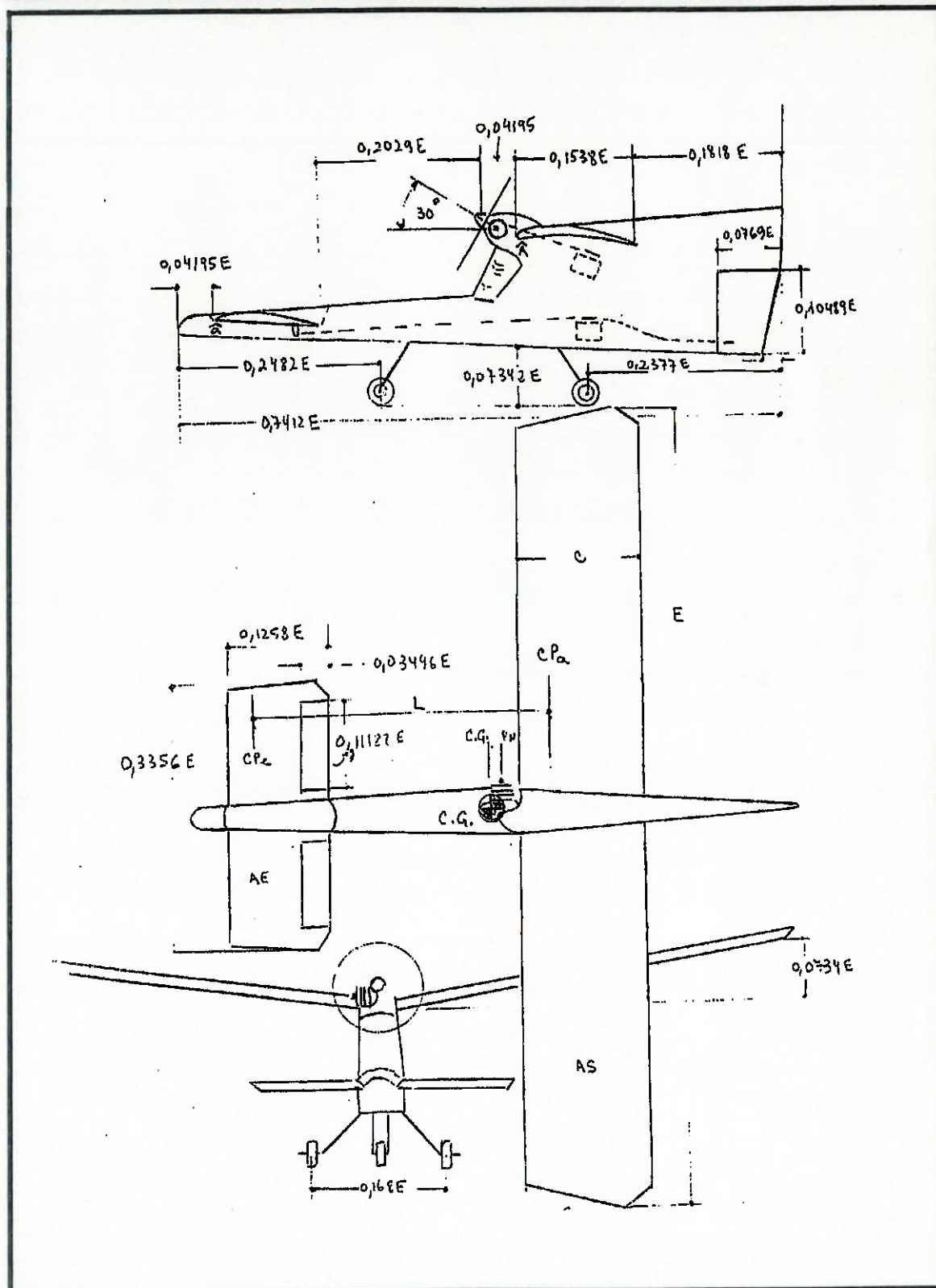
PROJETO BÁSICO

Para tal propósito será utilizada a seguinte nomenclatura :

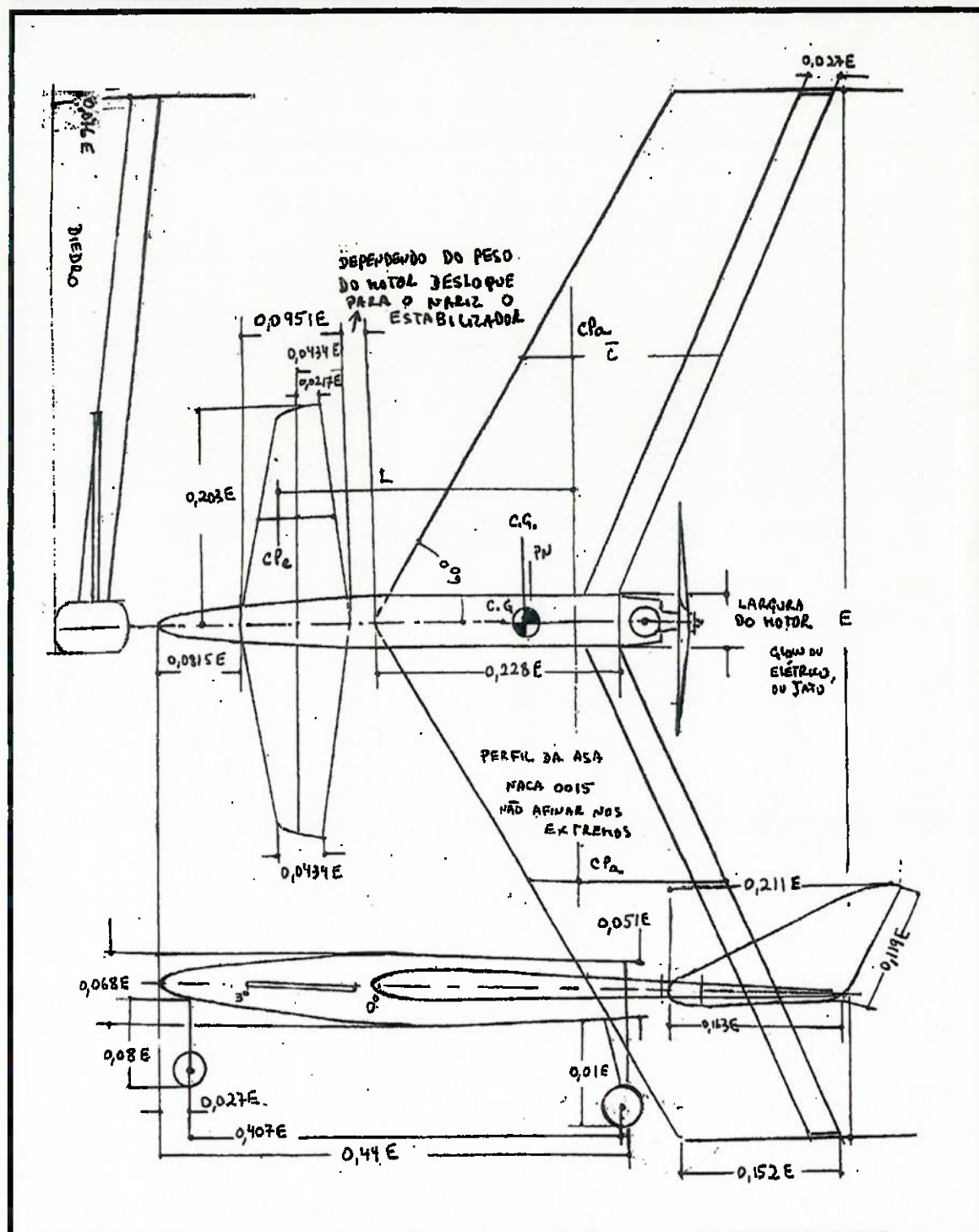
$\hat{a}$	=	Ângulo do estabilizador
$\hat{A}$	=	Ângulo da asa
AD	=	Área da deriva
AE	=	Área do estabilizador
AS	=	Área da asa
C	=	Corda-largura da asa
c1	=	Corda na raiz da asa
c2	=	Corda no extremo
CA	=	Carga alar
C.G.	=	Centro de gravidade
PN	=	Ponto neutro
in ²	=	Polegada quadrada
cm ³	=	Centímetro cúbico
Cpa	=	Centro aerodinâmico da asa
Cpe	=	Centro aerodinâmico do estabilizador
CV	=	Cavalo vapor
E	=	Envergadura
ES	=	Espessura do perfil
FT	=	Força de tração do motor
g	=	Gramas
L	=	Distância entre Cpe e Cpa
PT	=	Peso total do modelo
RA	=	Alongamento da asa dado em cordas
ra	=	Alongamento do estabilizador dado em cordas

1. Motor
2. $AE=0,278 \text{ AS}$; $ra=2,72$; $c=\sqrt{(AE/2,72)}$
Área do profundor= $0,17 \text{ AE}$; Deflexão ± 20 graus
3. Escolha do perfil do estabilizador.
4. $AD= 0,19AS$; área do leme= $0,23 \text{ AD}$
5. Perfil da asa (NACA)
6. Posição do C.G. $P=L.AE/AS$
7. Ângulo de ataque da asa é 0 graus e do estabilizador 3 graus.
8. Motor inclinado de 30 graus para cima
9. Ponto neutro: $PN = \frac{AE}{\left(\frac{AS + AE}{L}\right)}$

CANARD R/C com controle de Motor, Profundor e Leme - 3 CANAIS



CANARD 3 CANAIS - Motor Aileron e Profundor



SELEÇÃO DO AEROFÓLIO

Para esta classe de aeronaves, a seleção de aerofólios é muito crítica. Primeiramente abordaremos o tipo Eppler e, posteriormente, os NACA. Há três amplas categorias de aerofólios:

- ⇒ Alta cambagem - E214;
- ⇒ Cambagem moderada - E197;
- ⇒ Sem cambagem, tipo simétrico - E168

A figura 3 apresenta curvas que comparam a sustentação com o ângulo de ataque para esses três aerofólios. É fácil notar que o E214 realiza *stall* com baixos ângulos de ataque e começa a sustentação com ângulos mais negativos que os outros dois. O simétrico E168 inicia a sustentação somente com ângulos positivos e seu coeficiente de sustentação máximo é o menor de todos os três. As figuras 4, 5 e 6 mostram as características das respectivas secções.

Figura 3 : Curva de Sustentação para os três tipos de aerofólios

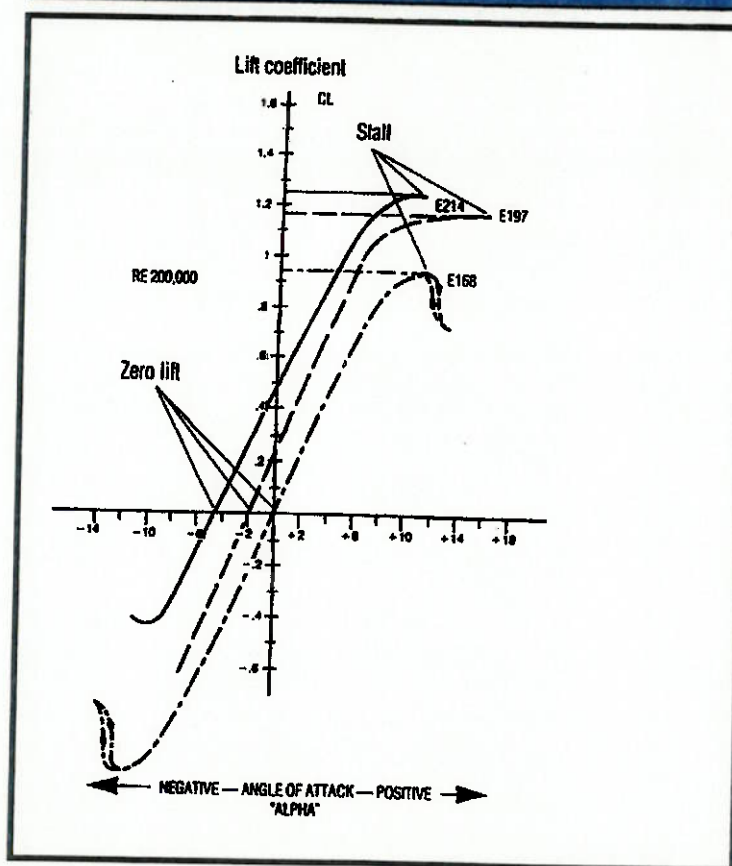


Figura 4 : Gráfico do aerofólio E197

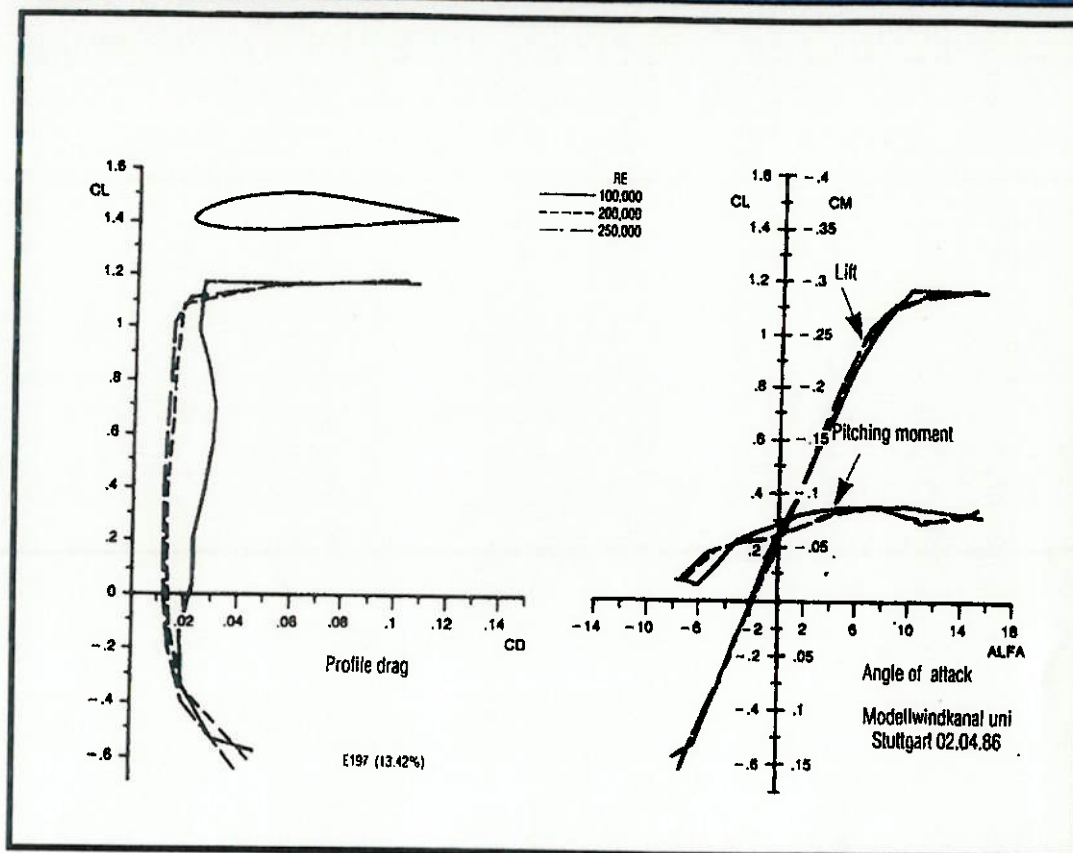


Figura 5 : Gráfico do aerofólio E214

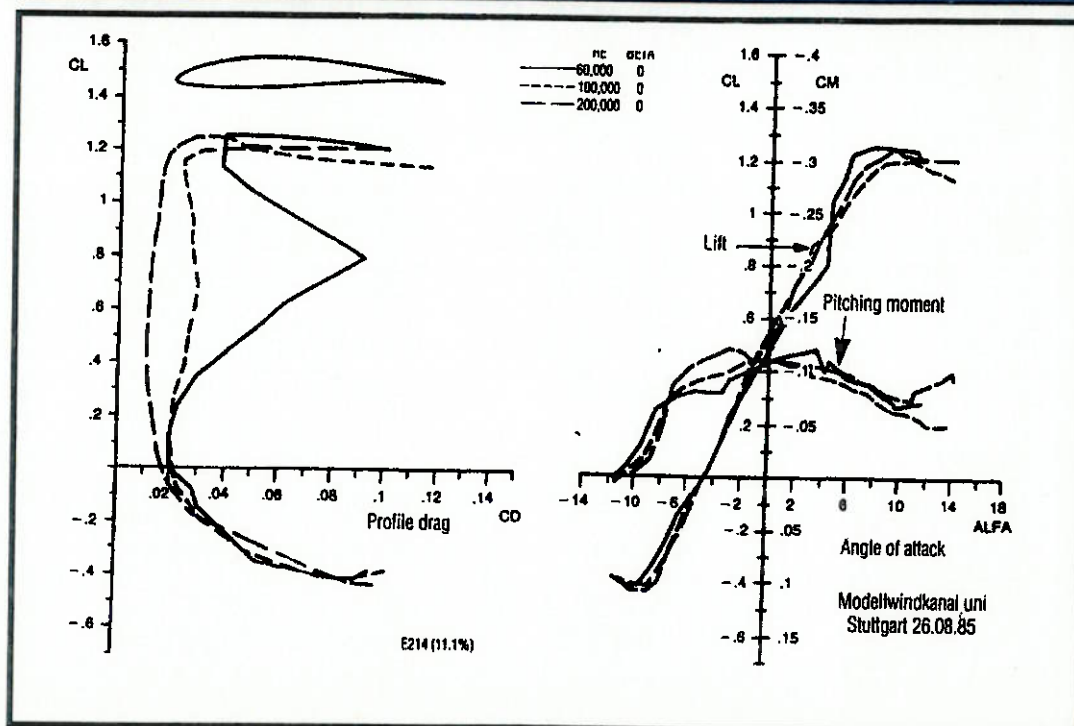
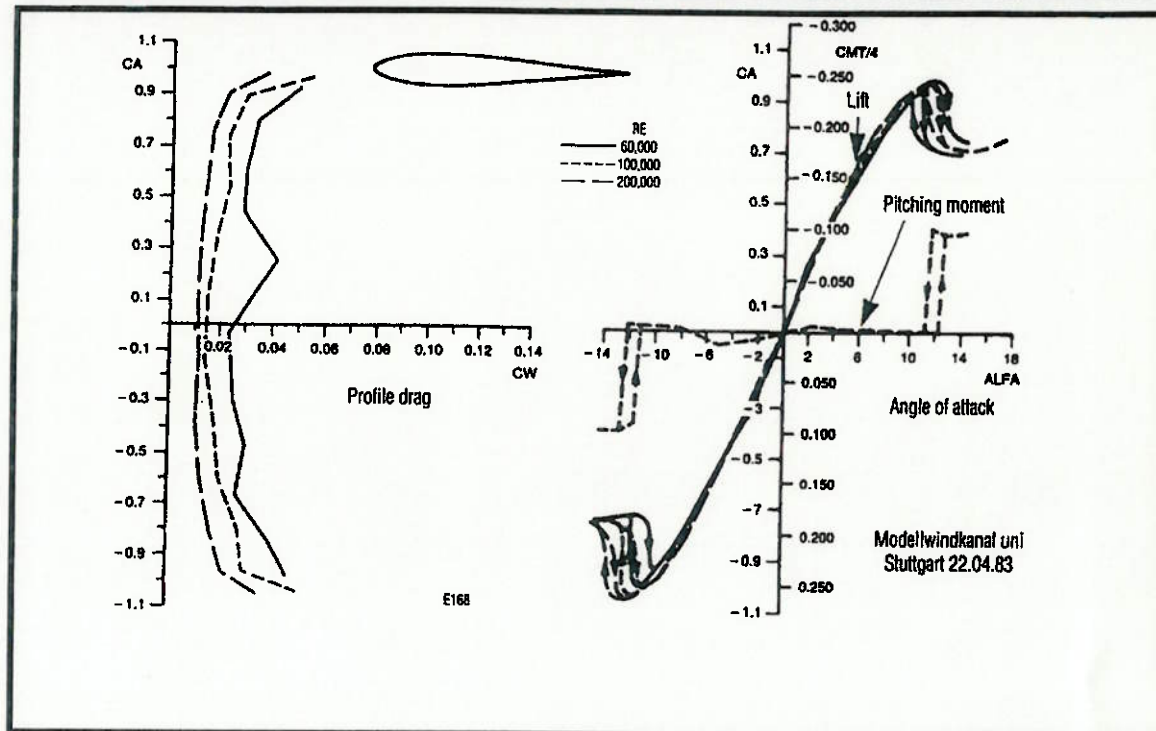


Figura 6 : Gráfico do aerofólio E168



Há dois requisitos básicos que possuem importância crítica para vãos estáveis e bem sucedidos:

⇒ A asa dianteira deve realizar o *stall* antes da asa principal. Caso a asa principal faça-o antes, ocorrerá o cenário descrito na figura 7; em baixas altitudes um acidente seria inevitável.

⇒ A asa principal deverá atingir o ângulo de sustentação zero antes da asa dianteira. Caso o plano dianteiro cesse a sustentação enquanto a asa principal continua subindo, temos o comportamento ilustrado na figura 8.

Figura 7 : Nariz para cima quando a asa realiza stall primeiro

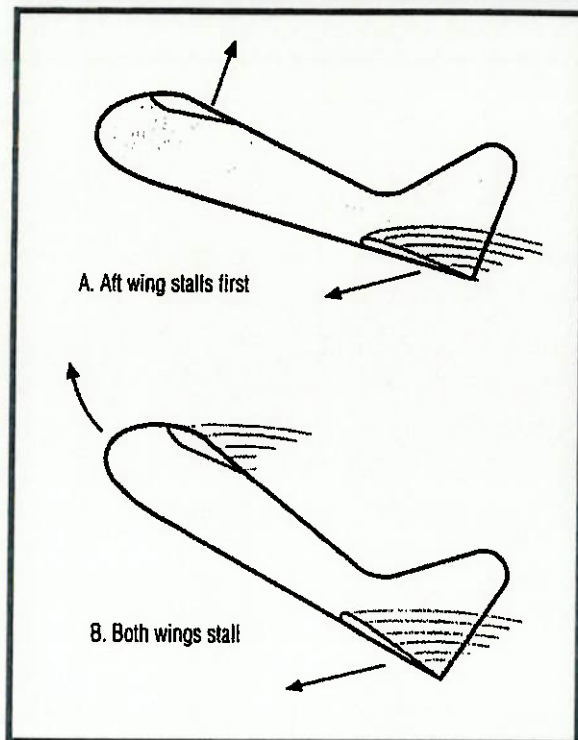
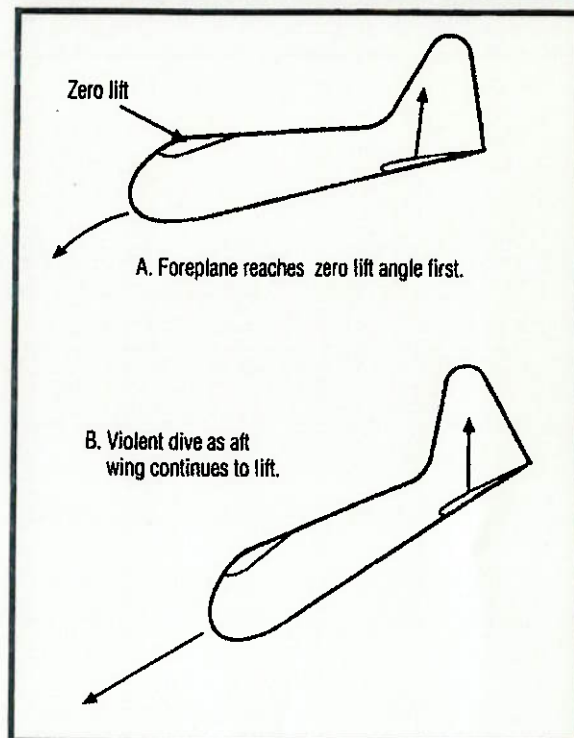


Figura 8 : Mergulho do plano dianteiro quando atinge o ângulo de sustentação zero

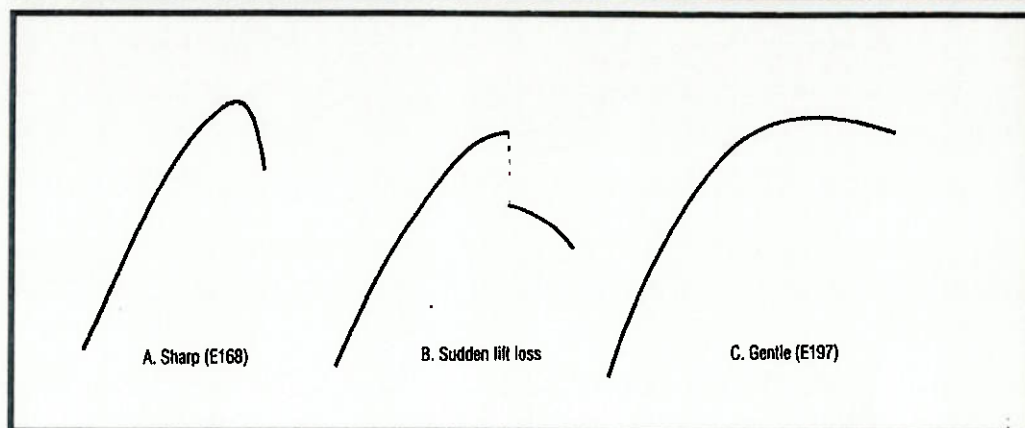


Com essas considerações em mente, podemos observar novamente a figura 3. Obviamente o aerofólio E214 representa uma excelente escolha para a asa dianteira. Sua característica de *stall* prematuro e seu alto ângulo negativo de sustentação zero satisfazem aos requisitos operacionais acima listados.

Para a asa principal, o aerofólio E197 deve ser de uso recomendado. Seu alto ângulo de ataque para um *stall* suave e seu baixo ângulo negativo de sustentação zero também obedecem a ambos requisitos. O aerofólio E168, portanto não será utilizado nem para asa principal nem para a frontal.

Um esboço do *stall* de um aerofólio em C_l máx para um número de Reynolds (R_n) de vôo é outra consideração importante. A figura 9 mostra três tipos de *stall*:

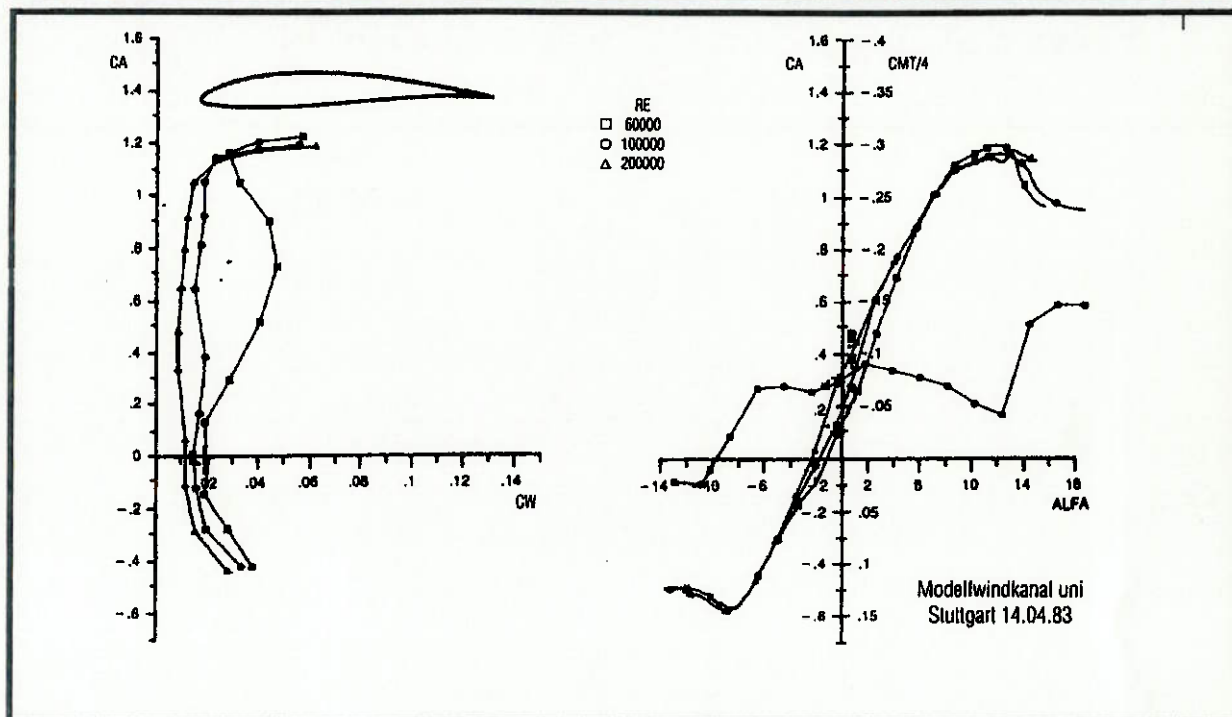
Figura 9 - Tipos de *stall* em aerofólios



- A. Perda rápida de sustentação
- B. Perda repentina de sustentação
- C. Suave, como para o E197.

Obviamente, para os canards, possuir os tipos A e B é sinônimo de problema. Durante o procedimento de pouso, caso o plano dianteiro realize um *stall* repentino, será um pouso muito complicado, o que causará danos na roda dianteira do avião. A ação elevadora pode prevenir uma queda de nariz repentina. A figura 10 mostra um Eppler E211 - um aerofólio com um *stall* agressivo para baixos Reynolds. Observa-se uma redução no ângulo negativo de ataque para sustentação zero à medida que se reduz o número de Reynolds.

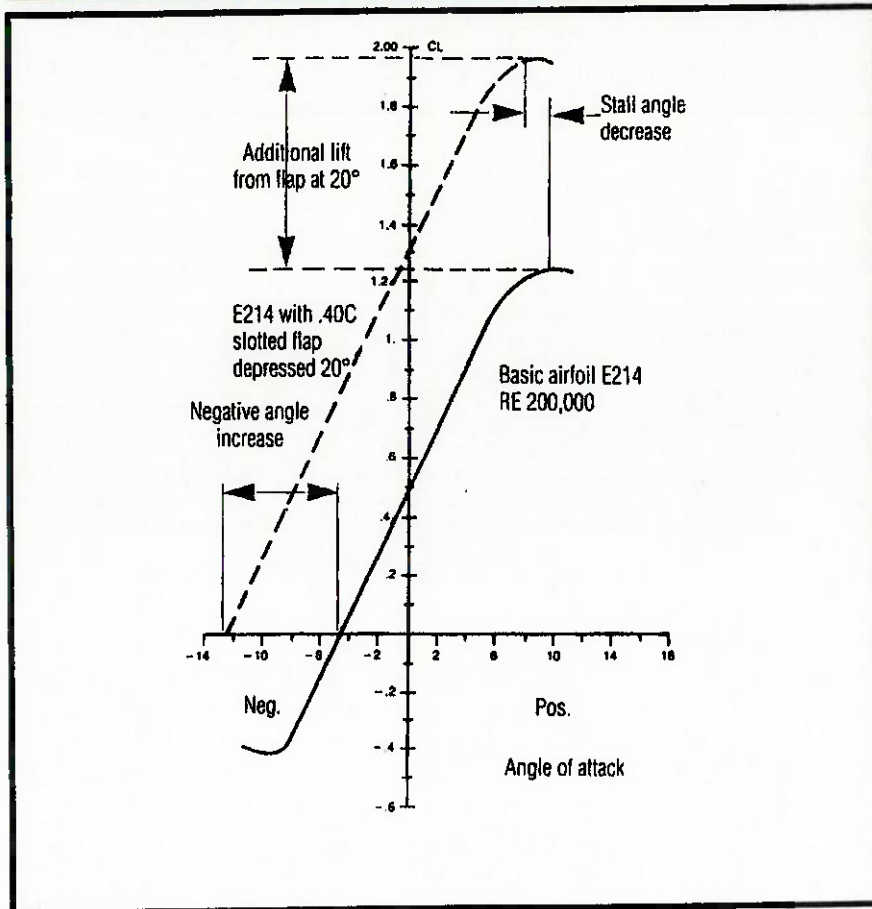
Figura 10 - E211



A figura 11 mostra o resultado do uso de flaps na asa dianteira do canard para o controle do *pitch*, causando três efeitos:

- Redução do ângulo de *stall*.
- Aumento do ângulo negativo de sustentação zero.
- Aumento substancial do coeficiente CL máx.

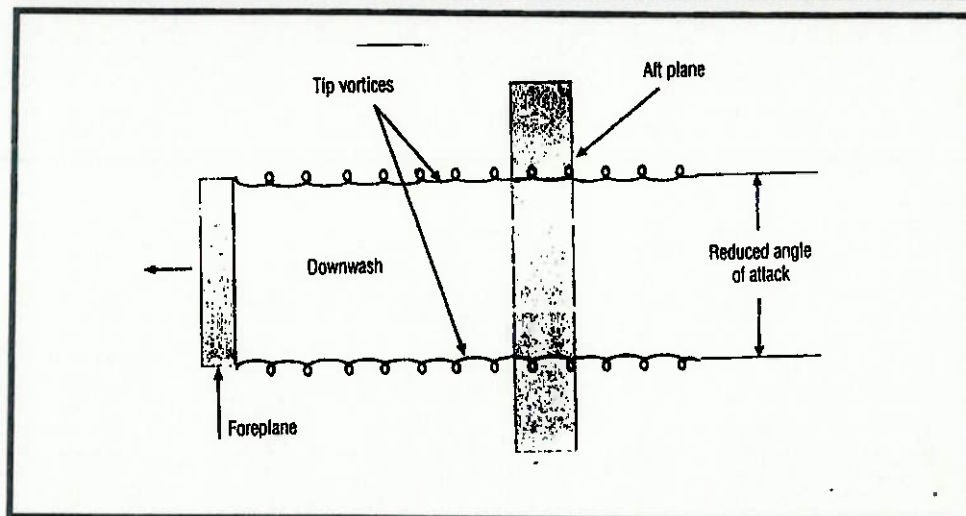
Figura 11 - Impacto de um flap com 40% da corda defletido de 20° na secção do E214



Outro aspecto importante a ser observado é que devemos evitar cordas de aerofólio com menos de 5 polegadas.

Nos canards, o “*downwash*” (escoamento induzido para baixo) da asa dianteira afeta uma porção da asa posterior, reduzindo o ângulo de ataque e a sustentação sobre a área que sofre *downwash*. É o que pode ser observado na figura 12.

Figura 12 - Impacto do downwash nos Canards



Para se evitar o impacto na asa principal causado por vórtices que se formam na asa dianteira, sugere-se um salto vertical entre o plano dianteiro e o plano principal. Tanto o plano dianteiro rebaixado, como o plano principal mais alto podem ser usados.

ETAPAS PARA PROJETO

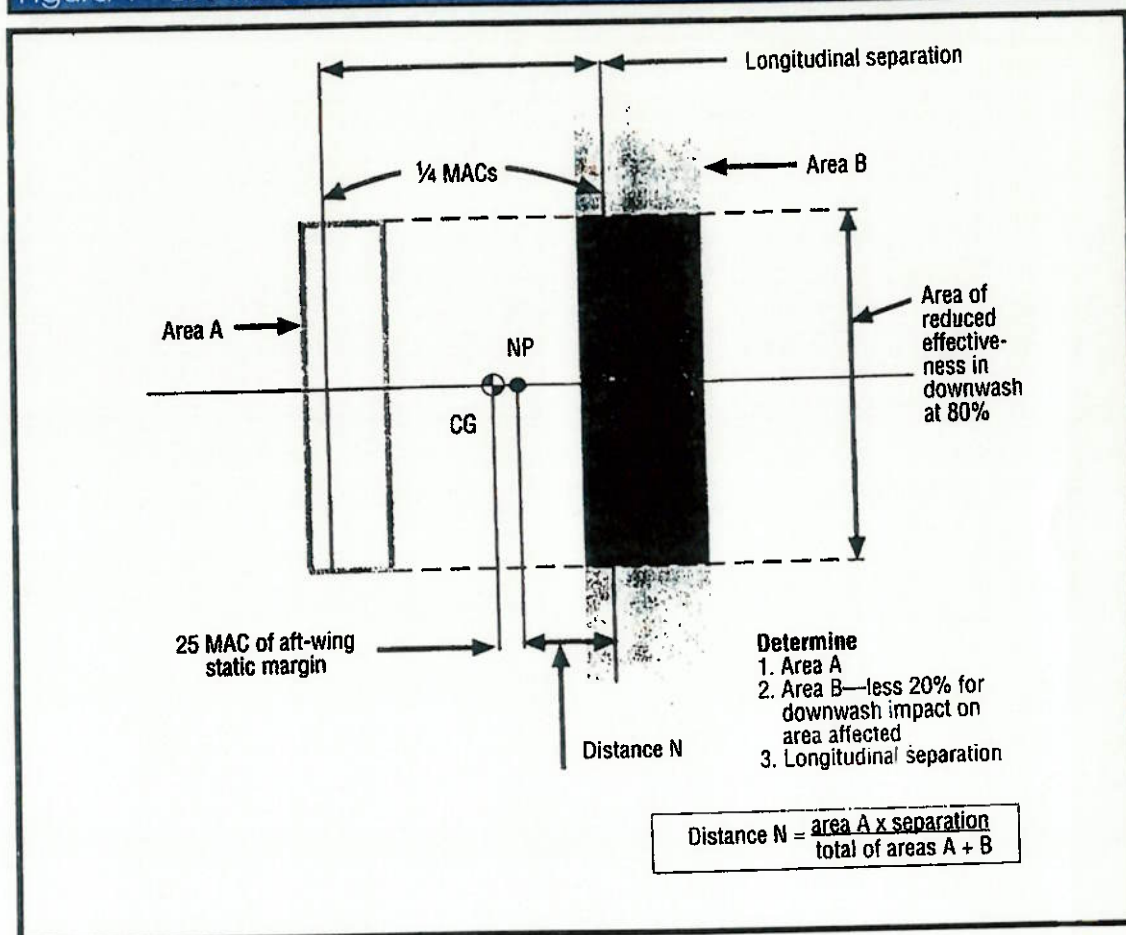
- Seleção do motor e unidade de controle. Basta ter em mente que a unidade propulsora e de controle representam, juntas, 50% ou mais do peso da maioria dos modelos. O primeiro passo no projeto é a escolha dessas unidades e obter seus respectivos pesos.
- Estimação geral do peso. É essencial a obtenção preliminar do peso enquanto o modelo estiver no seu estado de concepção, o que não apresenta facilidade. Quando se estabelece o tamanho e as proporções do modelo, os cálculos podem ser mais acurados.
- Seleção do carregamento da asa. A escolha do carregamento da asa depende no tipo de performance desejada. Com o peso e a carga alar estabelecidas, a superfície total da asa é facilmente calculada por:

$$\text{peso (oz)} \times 144 / \text{carga alar (oz./sq.ft.)} = \text{área da asa (sq.in.)}$$

- Estimativa do nível de velocidade de voo. Como já foi visto anteriormente, é essencialmente, a determinação do ângulo de ataque de ambas as asas.
- Localização do ponto neutro e do centro de gravidade. Além do que já foi introduzido anteriormente, sabemos que o CG e o PN irá localizar-se em algum ponto entre as superfícies de sustentação. O cálculo preciso de sua localização é muito complexo e foge do escopo deste trabalho de formatura. Este será realizado através de uma matemática simplificada e com sua eficiência já testada na prática. Em escala 1:1, os cálculos são confirmados por testes em túneis de vento ou através de vôos-teste com o CG em várias localizações.

É proposto um método mais simples. Ele considera áreas e suas separações, juntamente com sua efetividade. Observe o conjunto da figura 1.

Figura 1 - Localizando o PN e o CG de Canards



A margem estática normal para estabilidade é 10% da corda aerodinâmica média da asa principal. A utilização de 25% de margem estática é sugerida, pois deixa 15% como margem de erro. Vôos-teste com alteração do CG pode confirmar os cálculos.

No caso dos canards, é aparente que quanto menor for o “profundor dianteiro”, mais para trás estará o PN e o CG e vice-versa. A relação de área entre as duas superfícies de sustentação localiza o PN e o CG.

No projeto, o componente mais pesado será o Dynajet. Portanto, sua localização irá ditar a relação de área entre ambas as asas. Colocando-o atrás do modelo, o CG estará mais próximo da cauda e o canard será pequeno com uma grande asa.

Com um pequeno canard, há a desvantagem do CG muito para trás e a conseqüente redução do braço de momento.

Assim a mínima área para o canard é de 15% da asa maior. Utilizando um plano dianteiro de 30% como um exemplo, a área total da asa será de 130%. Para uma área total de 2000 centímetros quadrados, a área do plano dianteiro seria:

$$30 \times 2000 / 130$$

ou 461,5 centímetros quadrados; o que para a asa traseira fica:

$$100 \times 2000 / 130$$

ou 1538,5 centímetros quadrados de área.

Portanto, o projetista deve tomar a relação de área em consideração.

- Dimensionamento das asas. Estabelecendo-se a área total da asa, devemos dividi-la pelas duas superfícies de sustentação.

COEFICIENTES DE SUSTENTAÇÃO

Tendo determinado a área das asas e a velocidade de nível de vôo, pode-se partir para o cálculo dos coeficientes de sustentação.

O *downwash* e os vórtices de ponta decidem quais dos procedimentos serão usados para compensar a redução do ângulo de ataque causado pelo *downwash* que afeta a asa traseira.

- Teste de estabilidade. Já vimos que existem dois pontos de crítica importância para estabilidade longitudinal:

1. O plano dianteiro deve realizar o *stall* primeiro.
2. O plano traseiro deve atingir a condição de sustentação zero antes.

Deve-se comparar a diferença do ângulo de ataque com o ângulo de *stall*, mas antes de tudo, temos de estimar a compensação de *downwash*. Aumentando-se a sustentação do plano dianteiro pelo abaixamento dos flaps irá levar o modelo para uma altitude de *stall*; o aumento da sustentação produzido pelo plano dianteiro e seu flap também provoca o aumento do ângulo de *downwash*, incrementando ainda mais a margem de *stall* da asa traseira; a parte fora do *downwash* não é afetada. Caso o nosso ângulo de ataque calculado para o plano dianteiro seja 3 graus, conforme já sugerido, e seu ângulo de *stall* esteja a 12 graus, há um delta de 9 graus. Com a asa traseira a 1 grau, realizando *stall* a 14 graus, o delta é de 13 graus para que o plano dianteiro faça o *stall* primeiro.

Analogamente, compara-se o delta para o ângulo de ataque de sustentação zero com os ângulos calculados para ambas as asas. O do plano dianteiro deverá ser substancialmente maior do que o do plano traseiro. Conforme o plano dianteiro se mova para a sustentação zero, o seu ângulo de *downwash* é reduzido, aumentando a sustentação na asa traseira sobre a área de *downwash* o que aumenta também o delta entre a sustentação zero e o ângulo de ataque atual.

Por exemplo, o Eppler E214 possui um ângulo de sustentação zero de 4,75 graus; caso seja 3 graus, o delta será +3 graus a -4,75 graus, ou 7,75 graus. Já o Eppler E197 tem um ângulo de sustentação zero de 2 graus. Ajustado para +1 grau, o delta será de +1 grau a -2 graus ou 3 graus, deixando uma margem saudável de 4,75 graus.

CÁLCULOS PARA EXECUÇÃO DO PROJETO

O canard em questão, ao contrário dos estudos anteriores, possuirá 5 canais de rádio:

⇒ FLAP

⇒ PROFUNDOR

⇒ DERIVA

⇒ TREM-DE-POUSO DIANTEIRO

⇒ CORTE DO COMBUSTÍVEL

No estado atual de construção e concepção do modelo é possível obter uma estimativa do peso.

Ainda sob o aspecto rudimentar da madeira balsa, o canard encontra-se com um peso de aproximadamente 1200 g. Sabendo-se que o peso do Dynajet é de 440 g e dos acessórios (bateria e servos) está em torno de 550 g, pode-se admitir, com alguma margem de segurança, que o peso total do avião estará em volta de 2200 g (G).

Quanto à seleção do carregamento da asa, não se pode esquecer que a meta é que o canard tenha uma performance de planador quando o combustível for cortado para a aterrisagem. Sabe-se da teoria que uma carga alar perfeita é de 100 g/dm^2 e que a mesma não deve ultrapassar 120 g/dm^2 . Partindo-se de uma carga alar de $100,5 \text{ g/dm}^2$, pode-se obter a área total da asa do canard da seguinte maneira:

$$\frac{2200\text{g}}{1.005\text{g/cm}^2} = 2189,25\text{cm}^2$$

Temos então uma área total de $2189,25 \text{ cm}^2$. Retornado ao procedimento de cálculo utilizado quando estimou-se a área total em 2000 cm^2 , para a área do plano dianteiro de 27% (área total de 127%):

$$27 \times 2189,25 / 127$$

ou 465 cm^2 , ficando para a asa traseira:

$$100 \times 2189,25 / 127$$

ou 1724 cm^2 de área. Assim o parâmetro $AS=1724 \text{ cm}^2$ e o $AE=465 \text{ cm}^2$.

A área do profundor, cuja deflexão será de $\pm 15^\circ$, será $1/3 \times AE$ ou 155 cm^2 e $AD=0,19 \times AS=328 \text{ cm}^2$. A área do leme é igual a $0,23 \cdot AD$ ($75,5 \text{ cm}^2$). Dando uma margem saudável de 10% para facilitar o controle em linha reta da aeronave durante a decolagem, temos: $AD \text{ total}=442 \text{ cm}^2$.

O perfil escolhido para o estabilizador será um NACA 0012 e para a asa um NACA 0015. O ângulo do estabilizador ($\hat{\alpha}$) é 3° e o da asa ($\hat{A}$) é 0° . A envergadura (E) será de 145 cm e como pode ser visualizado na figura do Canard de 3 canais com aileron, outras medidas da geometria do avião podem ser obtidas em função da envergadura. Quanto ao motor adotado (Dynajet), este apresenta um empuxo de 4,5 lbs ou 2,2 Kg estáticos.

A corda média da asa pode ser obtida por:

$$\bar{c} = 0,666 \left[c_1 + c_2 - \left(\frac{c_1 \cdot c_2}{c_1 + c_2} \right) \right]$$

onde $c_1=33 \text{ cm}$ e $c_2=20 \text{ cm}$. Donde $\bar{c}=27 \text{ cm}$.

Analogamente para o estabilizador com $c_1=21$ cm e $c_2=12,5$ cm, chega-se em $\bar{c}_e=17$ cm.

Os centros aerodinâmicos da asa e do estabilizador podem ser respectivamente calculados por: $0,25\bar{c}=6,75$ cm e $0,25\bar{c}_e=4,27$ cm.

Agora, deve-se partir para o cálculos de dois pontos críticos e fundamentais para a ótima performance do aeromodelo: O Centro de Gravidade (CG) e o Ponto Neutro (PN).

O CG pode ser calculado como visto anteriormente: $P=L.AE/AS$ onde $L=87$ cm.

Assim $P=87.465/1725,25$ ou **$P=23,5$ cm.**

O PN obtém aplicando a seguinte fórmula: $PN=AE/(AS+AE)/L$.

Assim $PN=465/(1725,25+465)/87$ ou **$PN=18,5$ cm.**

OBS.: Ambas as medidas tem origem na reta de referência que une os pontos de corda média de cada uma das metades da asa.

Outro aspecto construtivo que vale a pena ser mencionado é que far-se-á necessária a adaptação de um tanque suplementar para eliminação da variação de fluxo de combustível durante o voo. Assim, evitar-se-ia que, em uma ascensão repentina do modelo, a inércia do combustível desloque sua massa no sentido contrário ao do movimento do canard e, portanto, a alimentação do motor fique escassa, podendo “apagar” o mesmo. Analogamente, em um mergulho brusco, a inércia move a massa de combustível, cuja tendência seria a de se acumular na mangueira de alimentação, super-alimentado e “afogando” o dynajet.

Este tanque pode ser encontrado em plástico ou cobre. Além disso, na mini-tubulação entre o tanque suplementar e o principal, deve-se ter uma válvula *shut-off*, para bloquear total ou parcialmente a passagem do combustível e uma válvula rosqueada reguladora da vazão do combustível (cuja função é calibrar a mistura ar/combustível).

O AEROFÓLIO ESCOLHIDO

Os dois perfis escolhidos como mais adequados para a asa e para o profundor foram, respectivamente, o NACA 0015 e o NACA 0012 (quase simétricos).

Quando as seções de asa NACA de quatro dígitos foram derivadas, descobriu-se que a distribuição de espessura de seções de asas eficientes como as Göttingen 398 e a Clark Y eram quase as mesmas quando a linha de "camber" era removida e ficam reduzidas à mesma espessura. A distribuição de espessura para as seções NACA de quatro dígitos foi escolhida para corresponder fielmente as estas seções de asa e pode ser expressa pela seguinte equação polinomial:

$$\pm y_t = \frac{t}{0.20} \left(0.29690\sqrt{x} - 0.12600.x - 0.35160.x^2 + 0.28430.x^3 - 0.10150.x^4 \right)$$

onde t = a máxima espessura expressa em função da corda. O raio da borda principal é:

$$r_t = 1.1019.t^2$$

Nota-se das expressões acima que as ordenadas, em qualquer ponto, são diretamente proporcionais à razão da espessura e que o raio da borda principal varia com o quadrado da espessura. As ordenadas para as razões de espessura 12 e 15 por cento são dadas pelas figuras que se seguem no texto.

Com o intuito de estudar sistematicamente o efeito da variação da quantidade de "camber" e da forma da linha média, a forma desta foi expressa analiticamente como dois arcos parabólicos, tangentes na posição cuja ordenada da linha média é máxima. Assim, as equações que definem a linha média são:

$$y_c = \frac{m}{p^2} (2px - x^2) \quad \text{á montante da ordenada máxima}$$

$$y_c = \frac{m}{(1-p^2)} [(1-2p) + 2px - x^2] \quad \text{à jusante da ordenada máxima}$$

onde m = ordenada máxima da linha média expressa como fração da corda.

p = posição da corda para a ordenada máxima

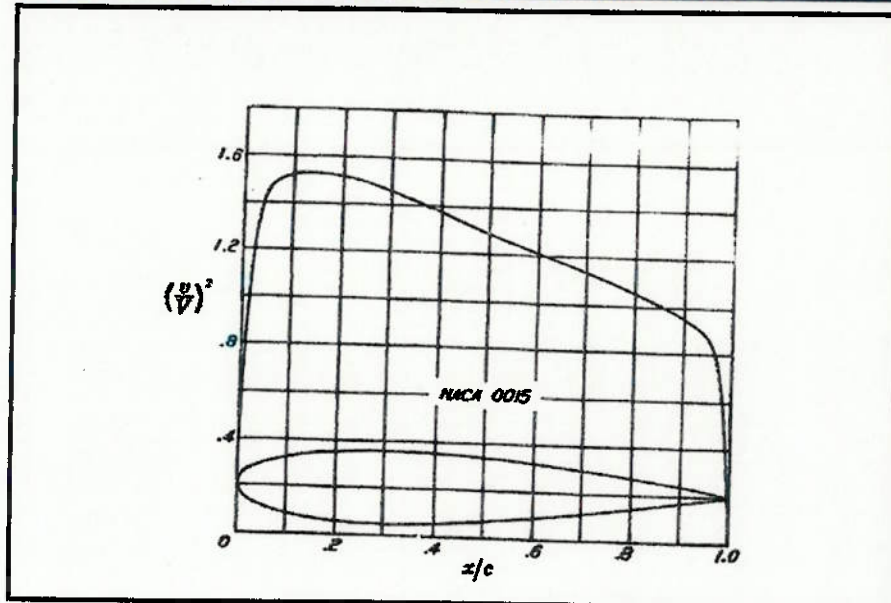
Será notado que as ordenadas em todos os pontos sobre a linha média variam diretamente com a ordenada máxima.

O sistema de numeração para as seções de asa NACA de quatro dígitos é baseado na geometria da seção. O primeiro inteiro indica o valor máximo da ordena Y_c da linha média em porcentagem da corda. O segundo inteiro refere-se a distância da borda principal até a localização do camber máximo em décimos da corda. Os últimos dois inteiros indicam a espessura da seção em porcentagem da corda.

No caso deste projeto, que utiliza seções quase simétricas, os dois primeiros dígitos são designados por zero, como nas seções de asa com NACA 0015 e NACA 0012, que representam a distribuição de espessura para a família de aerofólios.

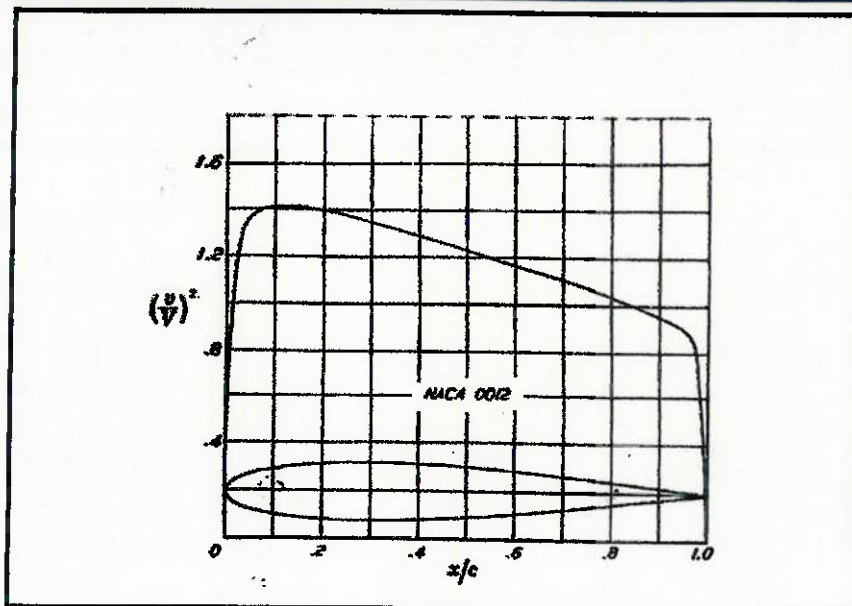
Pode-se, então, realizar uma aproximação de suas características teóricas. Os valores de $(v/V)^2$ que são equivalentes à distribuição de pressão para baixas velocidades e valores de v/V podem ser visualizados também nas figuras abaixo para os aerofólios selecionados, com ângulo de ataque zero.

Figura - Forma básica da espessura NACA 0015



x (per cent c)	y (per cent c)	$(y/V)^2$	y/V	$\Delta v_x/V$
0	0	0	0	1.600
0.5		0.546	0.739	1.312
1.25	2.367	0.933	0.966	1.112
2.5	3.268	1.237	1.112	0.900
5.0	4.443	1.450	1.204	0.675
7.5	5.250	1.498	1.224	0.557
10	5.853	1.520	1.233	0.479
15	6.682	1.520	1.233	0.381
20	7.172	1.510	1.229	0.320
25	7.427	1.484	1.218	0.274
30	7.502	1.450	1.204	0.239
40	7.254	1.369	1.170	0.185
50	6.617	1.279	1.131	0.146
60	5.704	1.206	1.098	0.115
70	4.580	1.132	1.064	0.090
80	3.279	1.049	1.024	0.065
90	1.810	0.945	0.972	0.041
95	1.008	0.872	0.934	0.027
100	0.158	0	0	0
L.E. radius: 2.48 per cent c				

Figura - Forma básica da espessura NACA 0012



x (per cent c)	y (per cent c)	$(y/V)^2$	y/V	$\Delta y_a/V$
0	0	0	0	1.988
0.5		0.640	0.800	1.475
1.25	1.894	1.010	1.005	1.199
2.5	2.615	1.241	1.114	0.934
5.0	3.555	1.378	1.174	0.685
7.5	4.200	1.402	1.184	0.558
10	4.683	1.411	1.188	0.479
15	5.345	1.411	1.188	0.381
20	5.737	1.399	1.183	0.319
25	5.941	1.378	1.174	0.273
30	6.002	1.350	1.162	0.239
40	5.808	1.288	1.135	0.187
50	5.294	1.228	1.108	0.149
60	4.563	1.166	1.080	0.118
70	3.664	1.109	1.053	0.092
80	2.623	1.044	1.022	0.068
90	1.448	0.956	0.978	0.044
95	0.807	0.906	0.952	0.029
100	0.126	0	0	0

L.E. radius: 1.58 per cent c

Os valores de incremento de velocidade $\Delta v_a/V$ induzidos pela mudança do ângulo de ataque estão apresentados para um coeficiente de sustentação adicional, próximo da unidade. Os valores da razão de velocidade v/V para razões intermediárias de espessuras podem ser obtidos pela linearização dos incrementos de velocidade obtidos através dos valores tabelados de v/V para a razão de espessura mais próxima. Assim:

$$(v/V)_2 = [(v/V)_1 - 1] \cdot t_2/t_1 + 1$$

Já os valores da razão de incremento de velocidade $\Delta v_a/V$ podem ser obtidos por intermédio de uma interpolação da espessura.

Por outro lado, o projeto do coeficiente de sustentação c_{li} , de arrasto c_d e o projeto correspondente do ângulo de ataque α_i , do coeficiente de momento $c_{m_{c/4}}$, pode ser observado e obtido para o aerofólio NACA escolhido nos gráficos ilustrados abaixo:

Figura - Angulo de Ataque para seção de asa NACA 0012

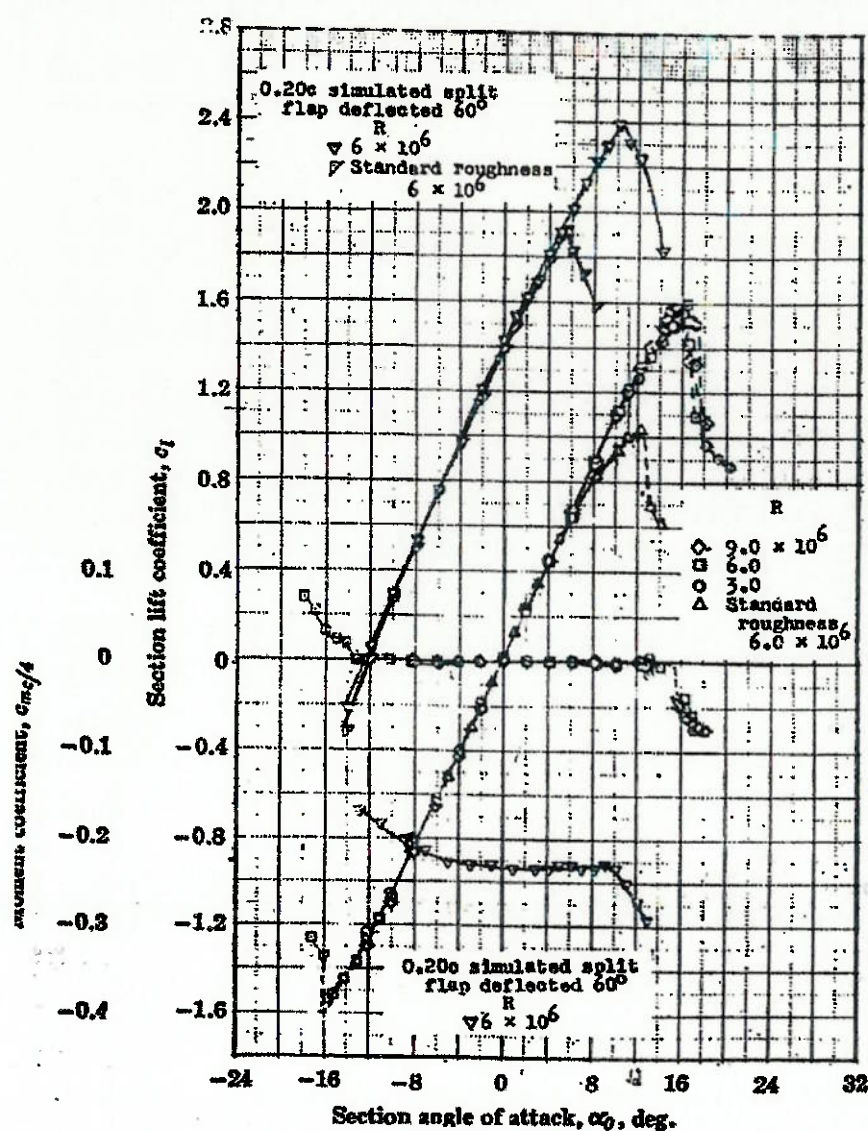
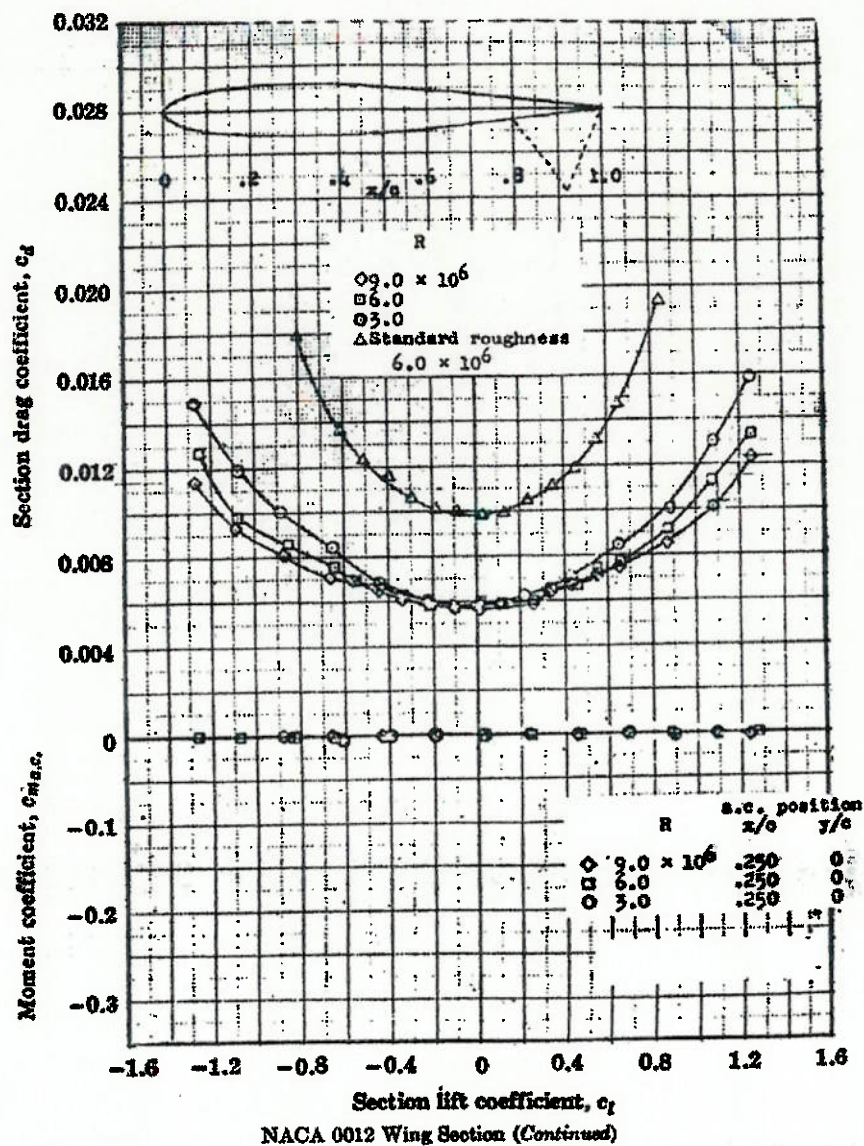


Figura - Coeficiente de sustentação para seção de asa NACA 0012



A teoria apresentada no início deste trabalho, juntamente com a abordada acima, permite cálculos razoavelmente precisos na abordagem das características das seções de asa, contudo as hipóteses simplificadoras feitas no decorrer do desenvolvimento dessas teorias, limitam sua aplicação global.

Vale a pena lembrar que nenhuma característica da asa poderá ser calculada com confiança, caso o escoamento esteja muito separado da superfície do aerofólio. Sob estas circunstâncias, as características utilizadas no projeto de secções de asa são obtidas através de dados experimentais.

Por este motivo, investigações das características das asas foram feitas em túneis de vento, antes mesmo dos aviões voarem com sucesso e continuam sendo fase importante do teste aerodinâmico. Até recentemente as características dos perfis eram obtidas através de testes com modelos em escala. O desenvolvimento da teoria das asas levou ao conceito de que as características seriam obtidas por testes com asas de aspecto finito. Os dados derivados destes testes foram então utilizados para predizer as características dos perfis de diferentes formas. Foi esta a metodologia utilizada para a escolha dos aerofólios empregados no canard.

Os testes são realizados para uma faixa de número de Reynolds de 3 até 9 milhões e números de Mach inferiores a 0.17. Esta faixa de Reynolds abrange as condições sob as quais os aviões de pequena escala são testados e seus dados obtidos.

SIMULAÇÃO EM TÚNEL DE VENTO

Histórico

Informação experimental útil para solução de problemas aerodinâmicos pode ser obtida por diversos modos: testes em vôo, testes em queda livre, túneis de água, tubos de choque, vôos de foguete, mesas de água, túneis de vento subsônicos, supersônicos e hipersônicos. Cada aparato possui sua própria esfera de superioridade e nenhum pode ser denominado “o melhor”.

Apesar dos túneis de vento serem uma das ferramentas mais importantes para a pesquisa aeronáutica, tornando possível a utilização de modelos, ficaram como uma das menos compreendidas. Alguns dizem que parte é devida a dificuldade de entendimento e de calibração da instrumentação. Outros alegam que os pesquisadores deste meio utilizam-se de uma linguagem que só seus companheiros entendem e só pode ser aplicada em suas disciplinas particulares.

Os aeronautas do século XIX estudaram de perto o vôo dos pássaros e começaram a construir máquinas-voadoras baseadas em suas estruturas. Os modelos alados fracassaram impiedosamente. Eles rapidamente se deram conta que, na realidade, eles desconheciam totalmente forças de sustentação e arrasto que agiam sobre as superfícies que cortavam a atmosfera.

Eles entenderam, como Leonardo da Vinci e Isaac Newton anteriormente, que poderiam tanto mover seu modelo de teste através do ar em uma velocidade requerida ou seria possível fazer com que o ar percorresse um modelo estacionário. Ambas hipóteses foram empregadas nos primórdios da aeronáutica.

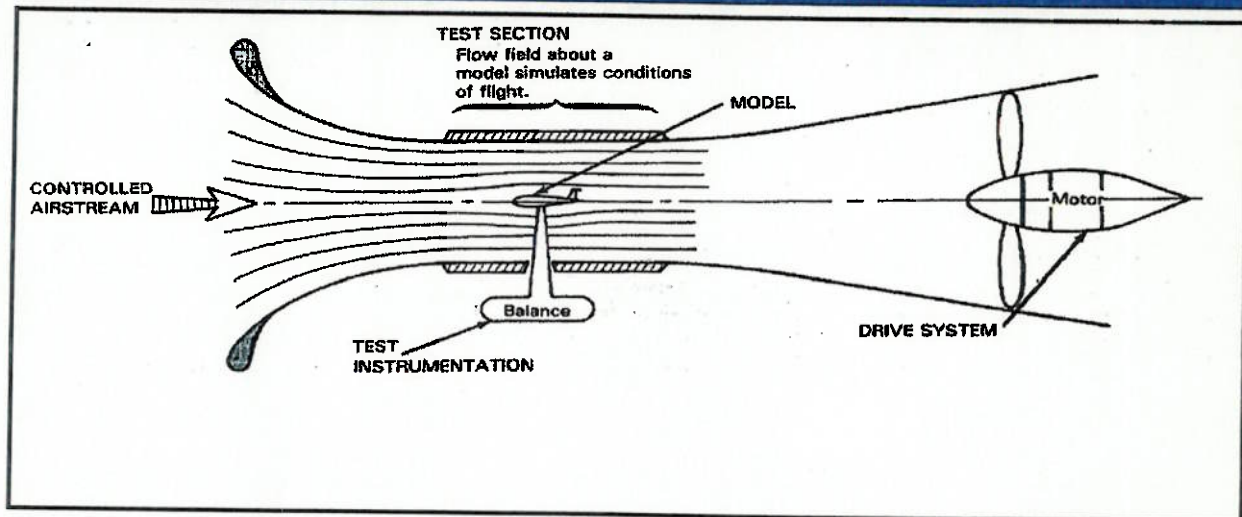
Com o advento do túnel de vento, os estudiosos da aerodinâmica finalmente começaram a compreender os fatores que controlam a sustentação e o arrasto. Contudo, eles ainda ignoravam a questão da escala do modelo. Quase a totalidade dos testes em túneis de

vento são realizados com modelos, porque os túneis de vento capazes de comportar aeronaves em escala 1:1 são simplesmente muito caros.

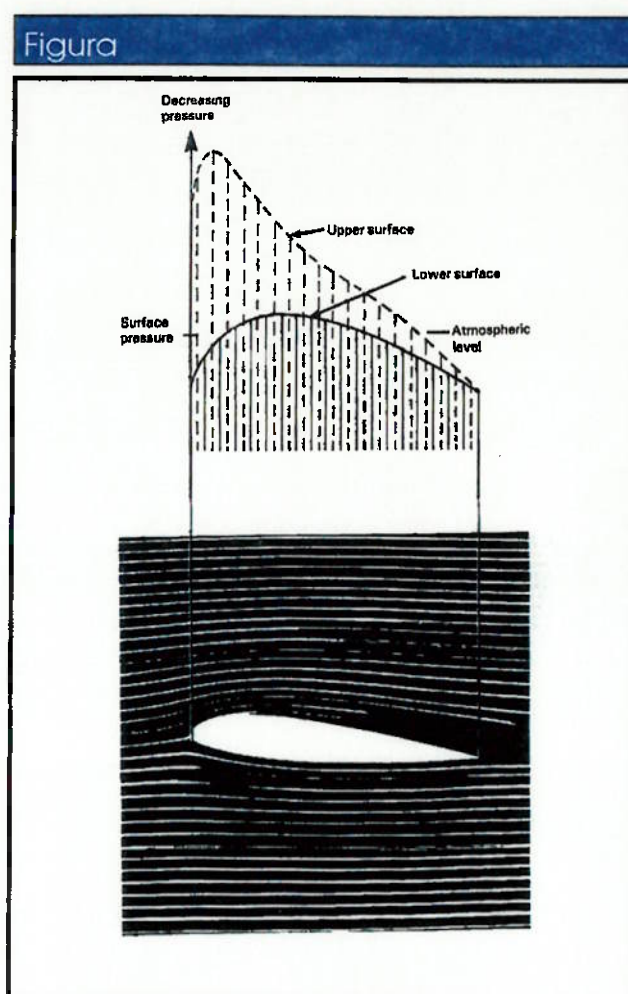
Os clássicos experimentos de Osborne Reynolds (1842-1912) da Universidade de Manchester, demonstraram que os perfis da corrente de ar sobre um modelo em escala seria o mesmo para um de escala 1:1 caso alguns parâmetros do escoamento fossem os mesmos em ambos os casos. Este fator conhecido hoje como número de Reynolds, é um parâmetro básico para a descrição de todo as situações em escoamentos fluidos, incluindo o formato e perfil dos escoamentos, transferência de calor e também em condições de turbulência.

Assim, podemos proceder na execução de um teste das características de voo do nosso modelo sem colocá-lo em voo. Podemos montar o modelo canard ou um trecho da secção da asa num túnel de vento. Ventiladores geram um escoamento de ar que simula o voo na atmosfera sob condições desejadas. As forças de sustentação e resistência podem ser medidas por instrumentos fixados no modelo. Mudando-se o ângulo de ataque do modelo e sua orientação, pode-se interpretar sua estabilidade e controlabilidade. Veja abaixo a figura esquemática do funcionamento de um túnel de vento:

Figura - Túnel de Vento



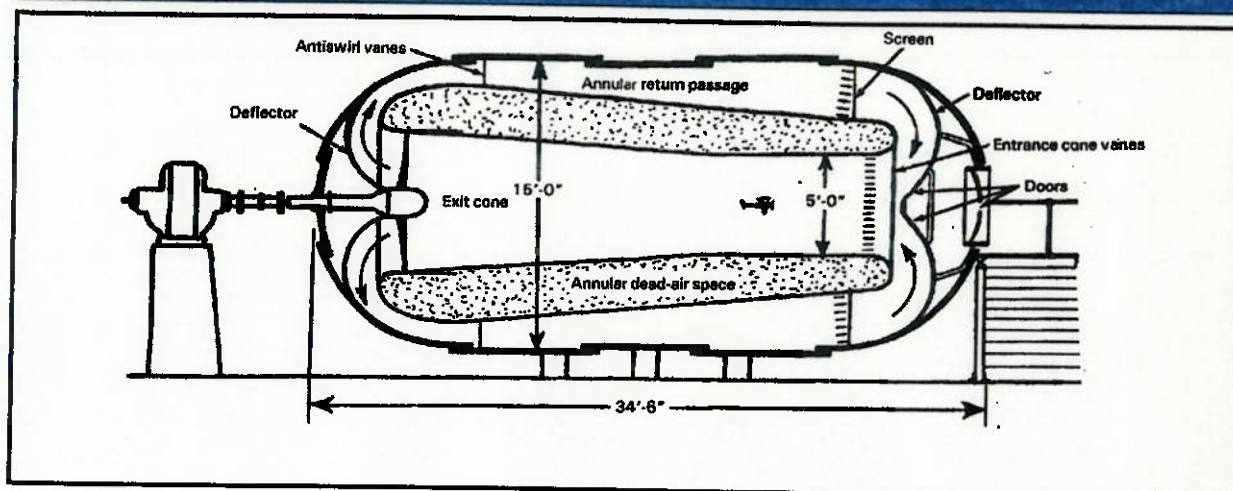
Sabemos do estudo teórico anterior que uma asa produz sustentação defletindo a massa do ar para baixo, produzindo uma força de reação para cima sobre a asa, de acordo com a terceira lei do movimento de Newton. O rebaixamento do ar é mostrado graficamente logo abaixo pelas linhas de corrente em torno da asa. A força de sustentação pode ser calculada medindo-se a massa da corrente de ar afetada pela asa e a componente para baixo da velocidade que foi adicionada. A força de sustentação também pode ser obtida através da integração da pressão ao longo do topo da asa e subtraindo o resultado da força resultante que atua na parte inferior da asa;



Em junho de 1923, o Comitê Executivo da NACA decidiu que iria construir um túnel de vento no qual poderia-se variar a pressão do ar. Foi proposto a construção do túnel num grande tanque que poderia ser pressurizado até 20 atmosferas. A sessão de testes foi feita com

um diâmetro de 5 pés para e deu origem ao túnel de vento NACA #1. Porém, a máxima velocidade do ar não passava de 50 mph. Observe esquema a seguir:

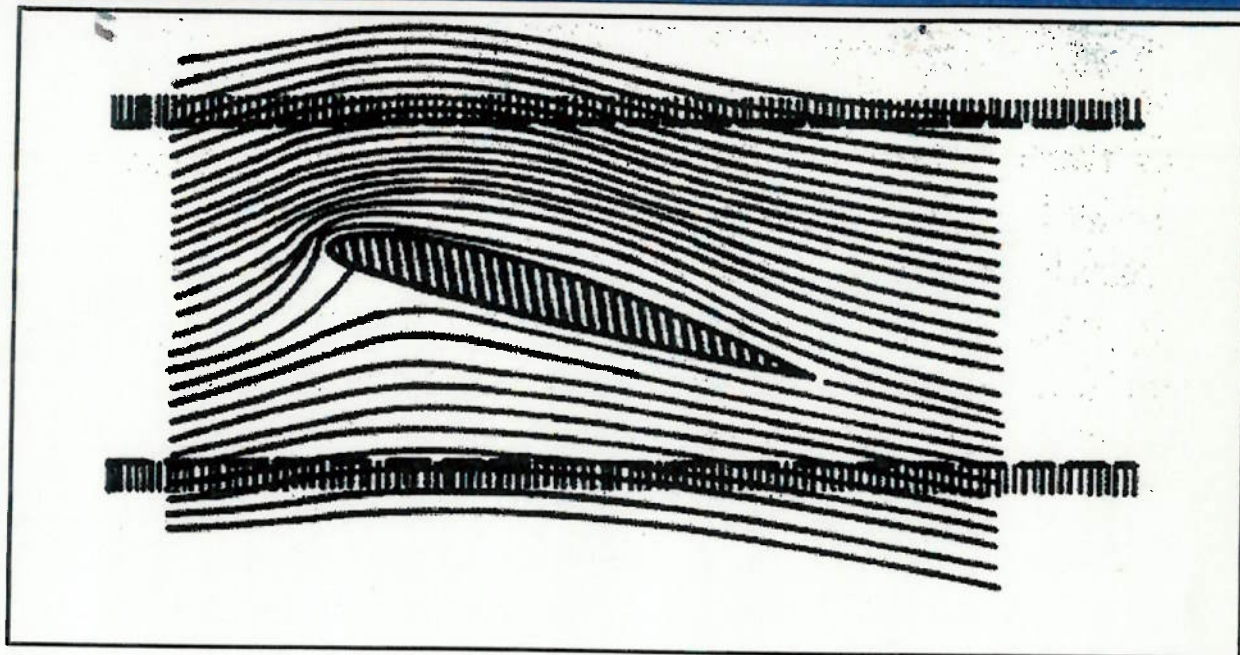
Figura



O clássico Relatório Técnico 460 da NACA, publicado em 1933, continha dados referentes a diversos aerofólios no formato gráfico visto anteriormente na explicação dos canards (L/D e C_d). O projetista de uma aeronave poderia basear-se nas curvas de sustentação e arrasto para cada um dos 78 aerofólios e escolher um que encaixa-se mais adequadamente a sua aplicação. Será este o procedimento inicialmente adotado para levantar dados e resultados do perfil escolhido para o aeromodelo (NACA 0012). Como as medidas destes dados foram tomadas com números de Reynolds encontrados em vôo, os efeitos de escala ficam minimizados. Nenhum projetista de aeronaves ousaria não se basear no compreensível e sistemático NACA TR 460.

Uma ressalva a ser feita é que as paredes do túnel de vento envolvem as linhas do escoamento ao redor do modelo e a ausência de paredes distorce as linhas para outra direção. Talvez um tipo de “parede parcial” poderia ser mais efetiva na simulação de condições em ar-livre. Em 1946, Ray Wright analisou a potencialidade de uma parede semi-aberta em túneis. Seus resultados sugerem que os *slots* ocupem apenas 6% da parede para obter uma otimização e duplicar as condições semelhantes ao ar-livre. Veja abaixo como, sem o efeito da parede em túneis de vento, as linhas de corrente em torno do aerofólio se estenderiam além da mesma:

Figura



O acervo de conhecimentos experimentais, levantados nos últimos 60 anos de operação de túneis NACA/NASA, são fundamentais para a necessidade técnica, excelência de projeto, versatilidade nas pesquisas e para ser inovado por equipes tecnicamente competentes.

Portanto, faz pouco sentido para nós Engenheiros, testar cada componente ou o aeromodelo completo a não ser que os dados possam ser futuramente aproveitados.

Contudo, vale ressaltar, que o teste em túnel de vento deve ocorrer somente se:

- a) algum novo conhecimento está sendo desejado
- b) o teste planejado possui uma chance razoável de obter o conhecimento pretendido com a precisão necessária.

Do ponto de vista do custo financeiro dos modelos e tempo de túnel, determina-se que o “novo conhecimento” não existe ainda. Em muitos casos - quase todos - uma boa pesquisa em bibliotecas e com dados já divulgados pouparia tanto tempo quanto dinheiro. É seguindo

esta linha de raciocínio que prosseguiremos no manuseio e “teste” do perfil, juntamente com a construção prática do canard.

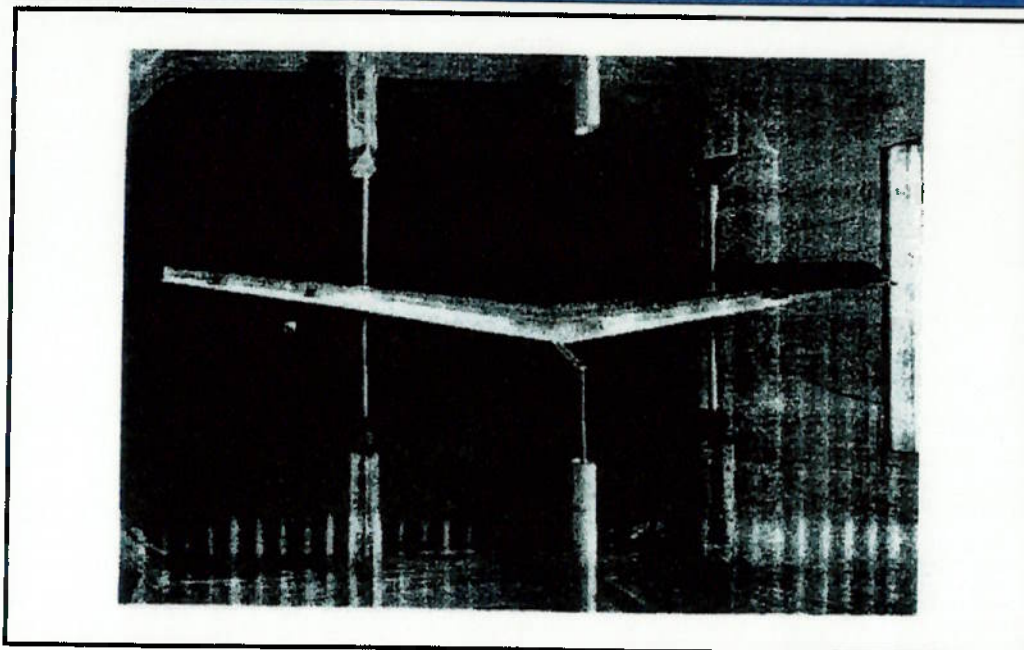
Pode-se, então, citar algumas regras para efetuar-se um teste com tomada de dados:

- 1) Checar todas as curvas calibração do equipamento antes, durante e após o teste. Usa-se sempre várias cargas, nunca uma só e a hipótese de que a calibração é linear.
- 2) Tomar um número de pontos suficientes, pois caso se perca algum não comprometerá a veracidade da curva.
- 3) Obter pontos a cada grau, mais a leitura a cada 0.5 graus para o *stall* e outros pontos de interesse.
- 4) Checar o modelo e a base que o segura, não hesitando em cancelar o programa e pagar a multa caso o modelo não esteja dentro dos limites aceitáveis.
- 5) Tomar cuidado ao encurtar o programa, omitindo componentes “irrelevantes”. Por exemplo, mudanças que afetam o momento de pitch lidas somente por uma pessoa. Esta omissão tornará impossível plotar os dados completamente, pois a correção do ângulo de ataque é influenciada pela sustentação, que também deverá ser conhecido. Caso se deseje uma mudança no novo centro de gravidade, os valores do arrasto devem ser previamente obtidos.
- 6) Sempre que possível, procurar saber como outros fazem o tipo de teste que esteja interessado e beneficie-se de sua experiência.
- 7) Ser claro em todas as instruções e apresentação dos dados. Nunca usar a palavra “pressão” quando for “pressão estática” ou “pressão total” o que poderá gerar confusão. Sempre usar um subscrito para os momentos para indicar os eixos aos quais eles foram medidos.

TESTE DE ASAS TRI-DIMENSIONAIS

Os primeiros testes em túneis de vento realizados referiram-se ao comportamento das asas (Figura abaixo) e provavelmente sejam feitos mais testes hoje com este item do que com qualquer outro.

Figura - Imagem da asa testada em túnel de vento



Muito progresso já foi realizado quanto ao projeto de aerofólios, mas no projeto de asas, continua-se na “infância”. As variáveis de torção, secção, extremidades são muitas para qualquer programa ou trabalho de pesquisa de curto-prazo.

As maiores dificuldades encontradas em se fazer testes só com a asa, incluem a necessidade de se obter número de Reynolds moderadamente altos (ao menos 2,500,000). Ainda por cima, este número de Reynolds deve ser obtido através de altas velocidades ou grandes modelos, não pela introdução de turbulência na corrente de ar.

Uma segunda séria dificuldade é que a interferência do sistema montado será, no mínimo, tão grande quanto ao menor arrasto da asa. Por isso, deve-se tomar extremo cuidado

caso se deseje dados precisos. O arrasto de interferência pode ser reduzido com uma engenharia cautelosa dos suportes e dos pontos de conexão.

As asas que fazem parte de um programa de pesquisa e testes devem ser feitas da maneira mais simples possível, como no caso que foi fabricada com isopor e chapeada por balsa importada. Para a maioria de testes com asas, todas as correções de parede devem ser investigadas.

Em geral o Engenheiro estará mais interessado nos coeficientes já explicados e apresentados: $dC_L / d\alpha$, $C_{L \text{ MÁX}}$, $\alpha_{Z.L.}$, $C_{D0 \text{ min}}$, e, o centro aerodinâmico, C_{mac} e o centro de pressão. Os comentários que se seguem ajudarão para situar no problema de teste do perfil escolhido.

Para as asas modernas com finas camadas limites, a relação teórica $dC_L/d\alpha$ é levemente mais alta (algo em torno de 0.003 por grau), podendo ser desprezado o efeito de curvatura com a corrente. Para efeito de comparação com resultados experimentais, os valores teóricos são apresentados para uma variada gama de razão de aspecto (RA) como nas figuras que se seguem, o que facilita a obtenção de $dC_L/d\alpha$ para o NACA 0012 e 0015, para algumas razões de conicidade.

Gráfico teórico para curva de sustentação de asas (razão zero)

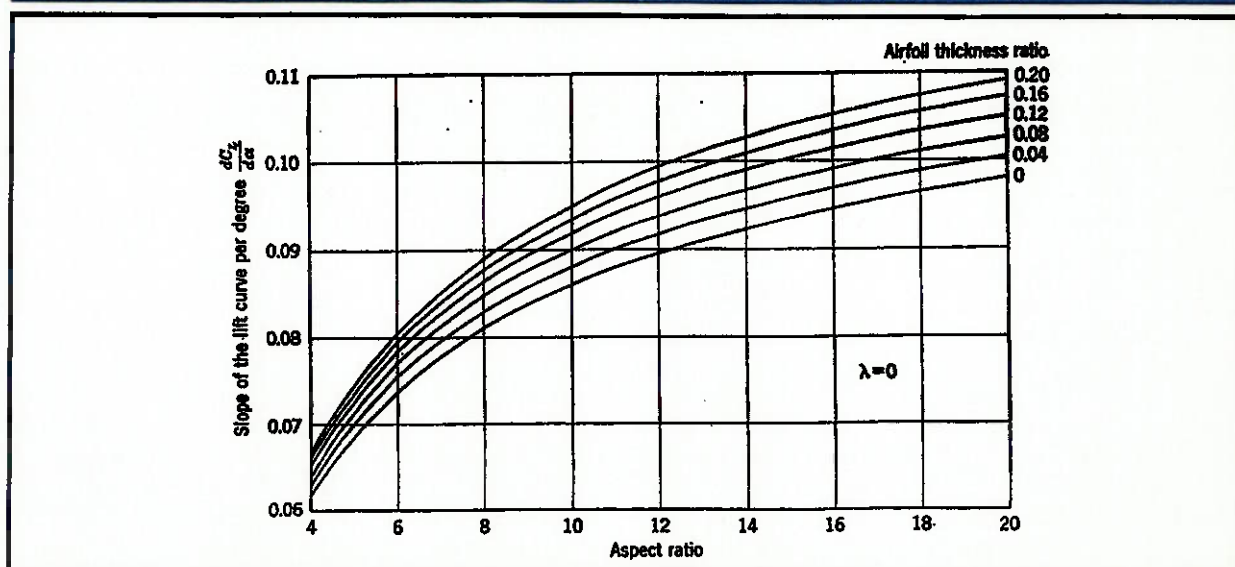


Gráfico teórico para curva de sustentação de asas (razão 0,25)

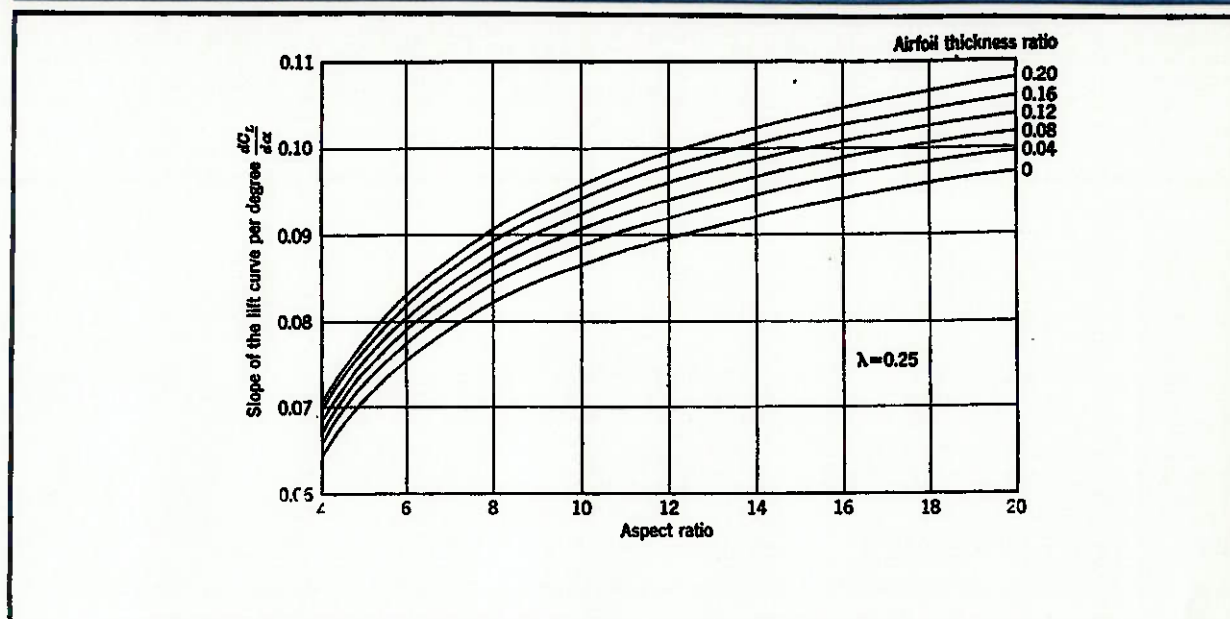


Gráfico teórico para curva de sustentação de asas (razão 0,75)

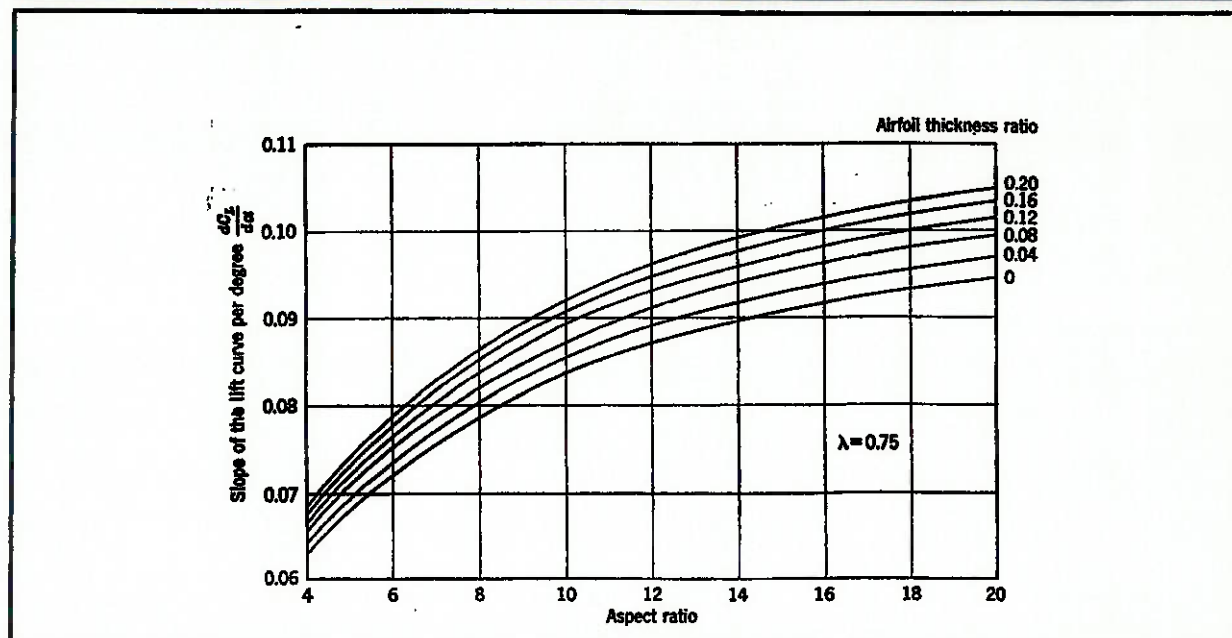
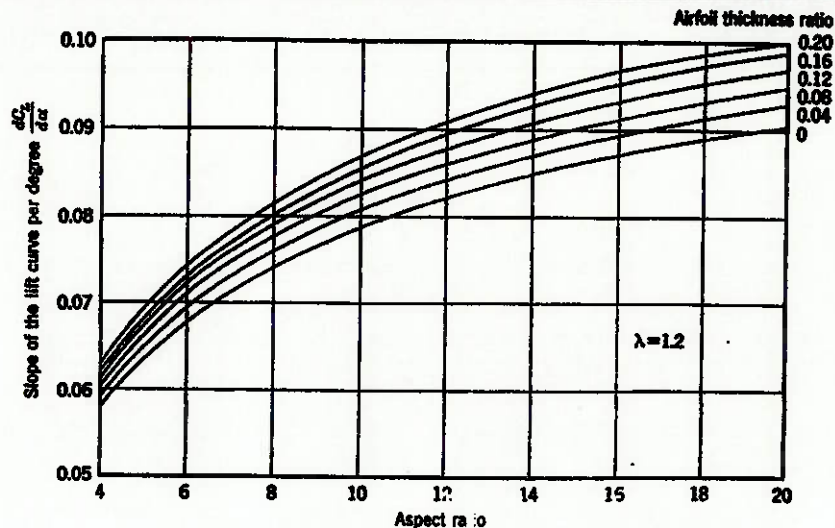


Gráfico teórico para curva de sustentação de asas (razão 1,2)



Uma relação menos precisa também pode ser utilizada com o propósito de se obter uma aproximação grosseira:

$$\frac{dC_L}{d\alpha} = 0.1 \frac{RA}{RA + 2} \quad \text{onde RA é a razão de aspecto.}$$

É de observação imediata que a curva de sustentação diminui exageradamente com o cosseno do ângulo de varredura de um quarto de corda. Para as curvas de sustentação de asas em delta, que é praticamente o caso deste projeto, deve-se consultar os últimos relatórios da NASA; contudo a equação que se segue fornece resultados que concordam bem com os dados obtidos experimentalmente:

$$\frac{dC_L}{d\alpha} = 0.95 \frac{a_0}{1 + 18.24 \cdot a_0 / RA} \cdot \sqrt{\cos A_{(cl/4)}}$$

Vale a pena citar que o coeficiente de sustentação máxima ($C_{L \text{ máx}}$) para aerofólios varia de 0.6 perfis muito finos até 1.7 para perfis grossos de grande curvatura. Em geral, aumenta com o número de Reynolds. O coeficiente de máxima sustentação da asa pode variar em torno de 85 até 90% do valor do aerofólio, nunca superando-o. É pouco sabido, mas é fato comprovado de que o $C_{L \text{ máx}}$ é afetado pelo número de Mach, até mesmo para baixas velocidades ($M=0.2$). Portanto, testes para obter a máxima sustentação devem ser realizados com o número de Mach de aterrisagem para o avião proposto.

Já o ângulo de sustentação zero (α em graus) é grosseiramente igual a curvatura em percentagem para os aerofólios e asas com secção constante. Para asas com perfil variável, requiere-se uma grande dose de cálculos para determinar α .

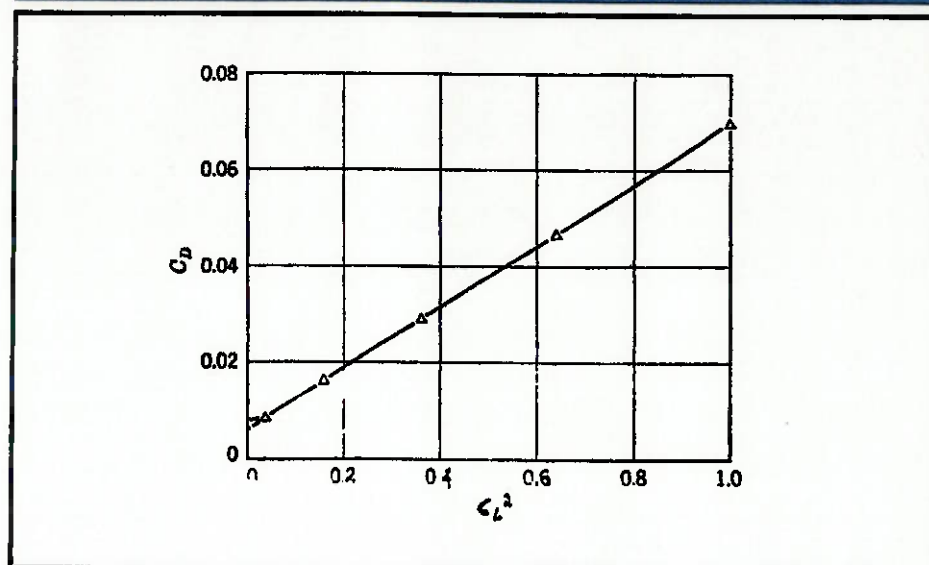
Quanto ao coeficiente de mínimo arrasto ($C_{D0 \text{ mín}}$), observa-se que diminui com o aumento do número de Reynolds e, comumente, possui valores entre 0.0050 e 0.0085 em túnel de vento, depois de subtraídos o peso do suporte e as interferências.

A definição do coeficiente de arrasto também pode ser vista como:

$$C_D C_{D0min} + \frac{C_L^2}{e^2 \pi R A}$$

que auxilia na determinação do fator de eficiência de importância e . Este valor, pode ser determinado mais facilmente fazendo-se um gráfico de C_D versus C_L^2 (Figura abaixo).

Figura : C_D versus C_L^2 para uma asa com NACA 0012.



Parecerá uma linha estreita na maior parte do gráfico, com uma suave curvatura para valores pequenos e altos de C_L . O significado da divergência da linha reta para baixos coeficientes de sustentação é que C_{D0min} não ocorre para $C_L = 0$ para um aerofólio com camber. A divergência para altos valores de C_L é devida a separação do fluido. Para qualquer taxa, a equação da linha, que é estendida até interceptar a abcissa é:

$$C_D = C_{D0min} + K C_L^2$$

onde

$$K = \frac{1}{e^2 \pi R A}$$

e

$$e = \sqrt{\frac{1}{K \pi R A}}$$

Pode ser sugerido que, como o baixo coeficiente de arrasto indicado pela intersecção da linha reta com o eixo C_D não existe na prática, deve-se indicar não como $C_{D0 \min}$ mas como um coeficiente parasita de arrasto efetivo C_{DPe} . Donde tem-se:

$$C_D = C_{DPe} + \frac{C_L^2}{e^2 \pi R A}$$

O valor de e como definido anteriormente encontra-se entre 0.85 e 0.95 para asas retas e um valor aproximado pode ser obtido pela seguinte relação empírica:

$$e = 1.00 - 0.009AR$$

Para asas com baixa razão de aspecto, valores empíricos para e pode ser obtidos por:

$$e = 1.00 - 0.00008A.A$$

onde A é o ângulo de varredura em graus.

Nota-se que não se deve colocar muita ênfase na obtenção de valores mais elevados de e , pois o arrasto induzido está muito mais relacionado com a razão de aspecto do que com e . Levando esta filosofia um pouco mais adiante, observa-se que uma asa elíptica possui um arrasto mínimo induzido (maior e) para um dado giro. Assim, nunca deve ser usado, porque para um dado momento na raiz de asa (peso da asa), um pequeno aumento do giro (spin) provoca uma razão de aspecto maior e menos arrasto, mesmo com um menor e (a denominada eficiência).

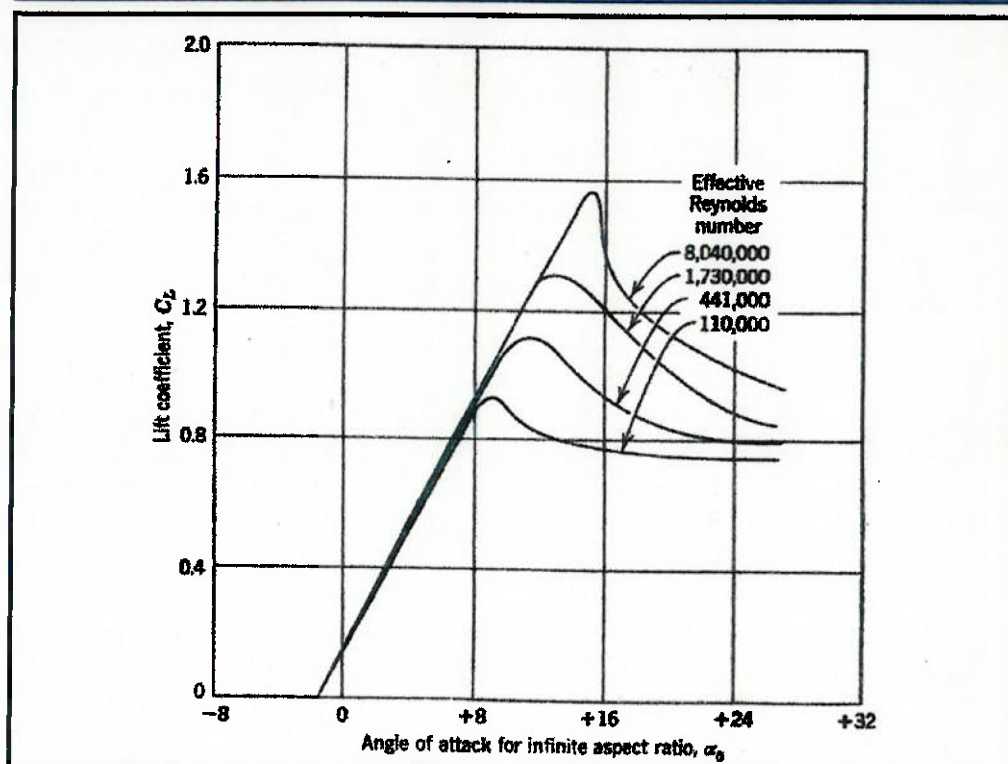
A discussão acima tratou e considerando as “perdas” de não se usar uma asa elíptica. Atualmente já inclui a mudança de arrasto do perfil com o ângulo de ataque e outros itens mistos, não alterando as conclusões obtidas anteriormente.

EFEITOS DE ESCALA NA CURVA DE SUSTENTAÇÃO

São profundos os efeitos do número de Reynolds nas curvas de sustentação. Neste trabalho, abordar-se-á somente o caso dos aerofólios de interesse: NACA 0012 e NACA 0015.

As variações na curva de sustentação causadas pelo aumento do número de Reynolds são muito pequenas, mas em geral, a curva de sustentação vai se estreitando para cima e o stall torna-se mais abrupto. Veja a figura abaixo:

Figura - Angulo de ataque para asas de razão de aspecto infinito



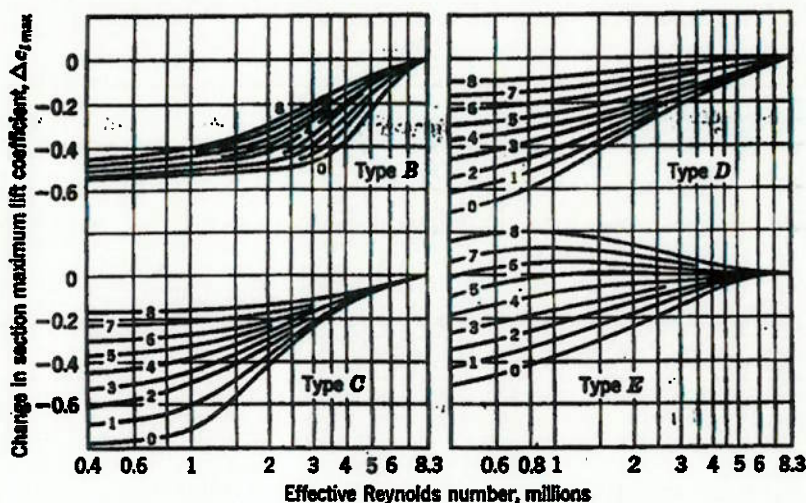
Segue-se que o $CL_{máx}$ e o ângulo em que ocorre são aumentados. A quantidade que aumentou o ângulo e o coeficiente é um parâmetro que só pode ser determinado pelo engenheiro do túnel.

Há um método que auxilia na determinação do $C_{l\max}$ para números de Reynolds inferiores a 8,300,000 para um vasto número de aerofólios e permite que o engenheiro estime possíveis números de Reynolds para novos aerofólios.

O método, consiste em ler $C_{l\max}$ para $R_{ne}=8,300,000$ e o tipo de stall com a ajuda da tabela exibida abaixo:

Escala de efeitos em $C_{l\max}$			
Airfoil NACA	Scale Effects on $C_{l\max}$	Airfoil NACA	Scale Effects on $C_{l\max}$
0006	A	23006	A
0009	B ₀	23009	C ₂
0012	C ₀	23012	D ₂
0015	D ₀	23015	D ₂
0018	E ₀	23018	E ₂
0021	E ₁	23021	E ₂
0025	E ₂		
0030	...	43012	D ₄
		43015	D ₄
2212	C ₃	43018	E ₄
2409	B ₂	63012	D ₆
2412	C ₂	63018	E ₇
2415	D ₂		
2418	E ₂		
4406	A ₃		
4409	B ₄		
4412	C ₄		
4415	D ₄		
4418	E ₄		
4421	E ₅		

Assim, o incremento (quase sempre negativo) é selecionado através da figura que se segue e é adicionado ao alto número de Reynolds para se obter $C_{l\max}$ para o Reynolds desejado.

Figura - Efeito do número de Reynolds sobre $C_{L\max}$ 

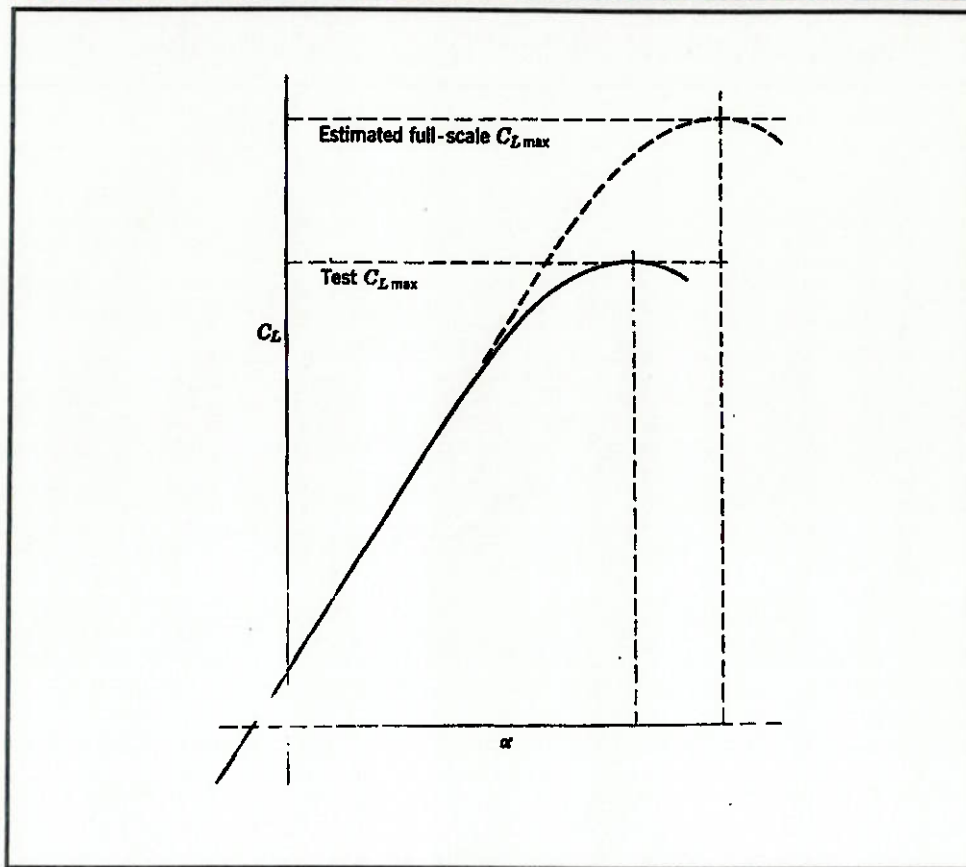
Infelizmente este método aparentemente simples possui pouco valor na maioria dos casos práticos por dois motivos:

- utiliza valores da secção de c_l máx quando se necessita de valores de $C_{l\max}$ da asa.
- o engenheiro do túnel poderá não encontrar o aerofólio desejado na tabela (o que não é o nosso caso).

O procedimento de abordagem deste problema é, em sua grande parte, empírico. Muitos engenheiros acumularam bastante experiência elaborando uma correlação entre os dados obtidos em túneis com os vôos praticados, para então, estarem qualificados para estimar o $\Delta C_{l\max}$ devido ao número de Reynolds. A maioria das estimativas giram em torno de $\Delta C_{l\max}=0.15$ para um teste em túnel com $RN=1,500,000$ até a escala 1:1 com $RN=6,000,000$.

O resultado pode ser visualizado no gráfico logo abaixo:

Figura



1. A parte reta da curva de sustentação proveniente dos dados obtidos em túnel pode ser estendida com a mesma curva.
2. Pelo valor estimado de $C_{L\max}$ (para escala 1:1), desenha-se uma linha horizontal pontilhada.
3. A porção curva do gráfico de sustentação testado pode ser prolongada até que atinja o valor pré-determinado de $C_{L\max}$ e alterada a concavidade até que encontre o trecho reto da curva de sustentação construída para escala 1:1.

O resultado final é uma curva de sustentação tendo o valor apropriado de sustentação zero e $C_{L\max}$, contudo com um ângulo de máxima sustentação muito acentuado e com um

stall muito suave. Estas duas deficiências não são sérias, assim o engenheiro possui alguma ferramenta para que possa trabalhar.

Partindo do princípio que a velocidade do canard seja reduzida para o pouso, visto que existe uma válvula *shut-off* que corta a passagem de combustível para o motor, às vezes é possível obter testes para números de Reynolds para aterrisagem em túneis de capacidade moderada.

Os coeficientes de máxima sustentação medidos em diferentes túneis de vento, concordam muito melhor quando baseados em números de Reynolds “efetivos” do que quando baseados em Reynolds de teste. Números de Reynolds mais elevados, obtidos ao adicionar-se turbulência são satisfatórios para medidas de máxima sustentação.

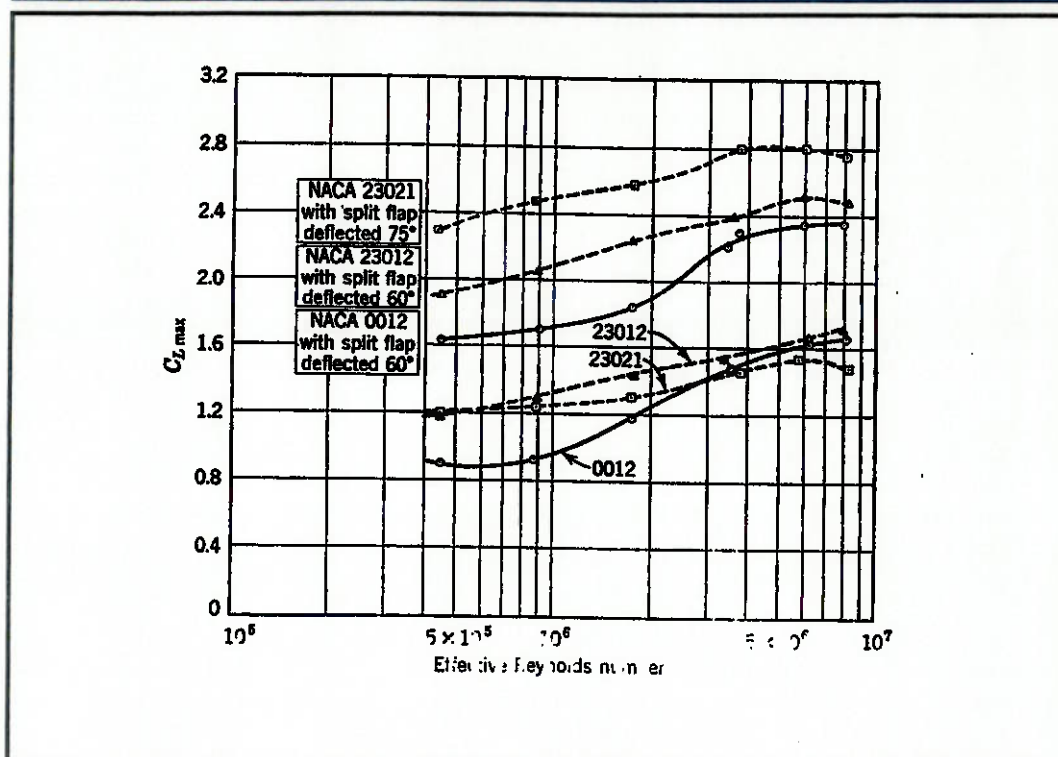
Não se pode esquecer que o projeto é um modelo em escala de um possível canard. O efeito de escala nas características de sustentação para aerofólios submetidos a escoamentos laminares ainda não foi totalmente investigada, como para os aerofólios já discutidos. Apesar dos efeitos variarem com a forma da espessura e do camber, pode-se estabelecer alguns princípios. O ângulo de sustentação zero e a curva de sustentação não são afetados diretamente pela escala, mas os efeitos sobre a máxima sustentação seguem uma tendência dependendo da razão de espessura do aerofólio selecionado. Para o caso deste projeto, com razão de espessura de 12% há pouco efeito sobre a faixa de números de Reynolds baixos (até $R_n=6,000,000$). A separação turbulenta que ocorre no começo do bordo de ataque parece ser a responsável por este fenômeno.

Para seções mais delgadas a tendência é de $C_{lmáx}$ aumentar proporcionalmente com o aumento de R_n . O efeito de escala exibido pelo aerofólio com espessura de 18% está relacionado com a mudança de condições da camada limite sobre o bordo de ataque. Qualquer novo aerofólio testado a baixos números de Reynolds, apresentará dificuldades na estimativa do comportamento para Reynolds maiores.

EFEITOS DE ESCALA NAS CARACTERÍSTICAS DE FLAP

Geralmente espera-se mais de um flap para escala integral do que o encontrado em túneis a baixos números de Reynolds, visto que o aerofólio não sofre efeitos extremos. Em um número razoável de exemplos de vôo, aumentou-se em 0.2 o coeficiente de sustentação de flap do que os obtidos nos túneis. Na figura abaixo, pode-se verificar para o aerofólio selecionado (NACA 0012 com deflexão de flap de 60 graus) a faixa, para túneis, em que o incremento de flap não é afetado pelo efeito de escala. O objetivo é procurar que a asa construída tenha seu coeficiente de sustentação dentro desta faixa:

Figura - Efeito do número de Reynolds sobre $C_{L \max}$ com flaps rebaixados



MATERIAL

Após uma vasta pesquisa em lojas e fornecedores especializados em aeromodelismo, chegou-se aos materiais mais propícios para cada uma das estruturas do avião. Genericamente, pode-se decompor o canard nas seguintes partes:

⇒ Fuselagem: toda montada a base de madeira BALSA importada (cujo peso chega a ser 55% inferior a nacional) de várias espessuras, colada com cianocrilato para atender às diversas necessidades estruturais.

⇒ Carenagem Superior / Bico: fabricado, à partir de um molde elaborado previamente, em fibra-de-vidro (*composite* de fibra e resina). Para tanto, utilizou-se um tecido de fibra-de-vidro, cuja densidade era de 400 g/metro quadrado, para adaptar-se ao formato do molde e sobre ele acrescentou-se pinceladas de resina de polyester (CIBA GEIGY # 8847). Obteve-se, então, a peça após o processo de secagem (aproximadamente 30 minutos). O bico foi fabricado com manta-de-vidro superposta com a mesma resina.

⇒ Asa & "Profundor Dianteiro": Construída com isopor, cortado no formato do perfil escolhido com arame aquecido, chapeado com balsa de 1/16" de espessura, colada com Araudite estrutural AW106. As partes da asa que sofrem deformação demasiada são coladas com epoxi para uso aeronáutico (structural adhesives).

⇒ Trem-de-pouso: obtido à partir da torção do arame aço-mola ("piano-wire") na morça. Para o dianteiro, adquiriu-se um utilizado comercialmente em aeromodelos.

CONCLUSÃO

O resultado final do canard está de acordo com o das curvas características, dados e resultados levantados, demonstrando assim a coerência do modelo com a teoria e as hipóteses feitas.

É de verificação imediata que o Centro de Gravidade (variável crítica de projeto) do avião encontra-se no local previsto na planta, graças a distribuição adequada de peso ao longo da fuselagem e à utilização dos materiais mais leves encontrados na praça ou até mesmo fabricados para uso específico (fibra-de-vidro).

Quanto aos cálculos preliminares, nota-se que foram de extrema precisão, pois conseguiram estimar satisfatoriamente o peso do canard completo. Isto é, após concluído, obteve-se um peso de 2.150 g para o modelo e 460 g para o Dynajet, totalizando 2.610.

Portanto, a dupla de perfis escolhidos, juntamente com todas as características aerodinâmicas resultantes fazem deste aeromodelo uma “superfície” com altíssima probabilidade de obter êxito em vôo: fato de será consumado muito em breve...

A maior ênfase nesta segunda parte do projeto, foi dada ao estudo e escolha dos aerofólios mais adequados para o campo de aplicação e à construção física de toda estrutura do modelo, que jamais seria possível sem a troca de experiência com outros aeromodelistas.

Uma lacuna que poderia ser preenchida por outros adeptos do aeromodelismo seria a parte de testes e simulações com as estruturas do avião ou até mesmo através de *softwares* que poderiam otimizar e prever o desempenho de perfis para diversas aplicações. O que foi sugerido e desenvolvido, baseando-se em resultados experimentais já testados e medidos, foi o teste em túnel de vento. Este tipo de simulação não foi concluído devido aos elevados custos de túnel/hora e pelo fato do projeto não se tratar de uma pesquisa científica que careça de resultados com altíssima precisão.

Finalmente, com este trabalho, obteve-se um meio para se estudar um nicho muito interessante da Energia & Fluidos: escoamento de fluidos ao redor de superfícies finitas, sustentação, arrasto, elementos e desempenho de perfis aerodinâmicos, momentos tri-dimensionais, teoremas simplificadores e simulações por escoamentos induzidos sobre o produto final.

Gostaria de encerrar este módulo mencionando que *“os sábios devem esforçar-se por criar um mundo em que a humanidade não mais precise dedicar todo o esforço e trabalho às exigências unicamente materiais. A civilização técnica é justamente o alicerce indispensável sobre o qual, doravante e em toda liberdade, cada ser humano possa seguir o seu próprio caminho e implementar os interesses que lhe proporcionam satisfação interior”*.

Aeromodelo a Pulso Jato
Anexo

BIBLIOGRAFIA

- | | |
|---|--|
| <i>"125 Anos de Aerodelismo"</i> | – Apostila por Ferdinando Faria |
| <i>"Normas para Projetar Aerodelos"</i> | – Apostila por Ferdinando Faria |
| <i>"Como Iniciar em Rádio Controle"</i> | – Apostila por Ferdinando Faria |
| <i>"Rádio-Controle e Mecanismos de Comando"</i> | – Apostila por Ferdinando Faria |
| <i>"Cálculo de Aerodelos pelo Método Aeronáutico"</i> | – Apostila por Ferdinando Faria |
| <i>"Canard - Modelo Rádio-Controle"</i> | – Apostila por Ferdinando Faria |
| <i>"Perfis Aerodinâmicos"</i> | – Apostila por Prof. Saburo Ikeda |
| <i>"Canards, Tandem Wings and Three-Surface Design"</i> | – Article from Model Airplane News, November 1995. |
| <i>"O Tamanho do Filé"</i> | – Artigo da Revista Modelismo em Notícias, Março de 1996, por Roberto Sciumbata. |
| <i>"Model Aircraft"</i> | – Martin Hedges
1979, The Hamlyn Publishing Group Limited |
| <i>"Fundamentals of Aerodynamics"</i> | – John D. Anderson Jr.
3º Edição 1988, Ed. MacGrawhil |
| <i>"Theory of Wing Sections"</i> | – Ira H. Abbolt
1959, Daver Publications Inc. |
-

- "Dynamics of Atmospheric Flight"* – Bernard Etkin
1972, John Wilwy and Sons Inc.
- "Basic Aerodinamics"* – C.B.Stirbling
1984, Ed Butterwoths and Co, Ltd
- "Mecânica de Fluidos"* – U.L. Streeterans E.B. Wylie,
1982, Ed. McGraw Hill
- "Jet Perfomance Methods"* – Apostila do curso de Perfomance para
Engenheiros das aeronaves Boeing
- "Wind Tunnels of NASA"* – Baals, Donald D.
1981, National Aeronautics and Space Adm.
- "Low-Speed Wind Tunnel Testing"* – Pope, Alan & Harper, John
1966, John Wiley & Sons, Inc.
- "Theory of Wing Sections"* – Abbot, Ira & Doenhoff, Albert Von
1958, Dover Publications, Inc (NY).
- "Aerodinâmica"* – P.T.O. Pimentel
1990, Apostila do curso de Aerodinâmica
para pilotos
- "Aerodinâmica e Desempenho de
Aeronaves para Pilotos"* – 1989, Livraria e Editora Magistas Ltd.
-